

«Collection Pilote»

في الرياضيات

☆ مراجعة عامة

☆ تمارين وإصلاح

☆ فروض مراقبة و تأليضية

9

لتلاميذ السنة التاسعة

من التعليم الأساسي

معمر لملومي ★ الهادي عبد لاوي

طبعة منقحة

مطابق للبرامج الرسمية

مقدمة

هذا الكتاب موجه إلى تلاميذ السنة التاسعة من التعليم الأساسي وهو يندرج ضمن سلسلة **Collection Pilote** وهو كتاب ثري يفيد التلميذ في مراجعة دروسه وتشخيص مكتسباته. وهو يتضمن ما يلي:

❖ مراجعة عامة للدروس.

❖ تمارين متنوعة تتلائم مع المستويات المختلفة للتلاميذ.

❖ فروض مراقبة وتأليفية.

نريد من هذا الكتاب إعداد التلميذ لمراجعة كاملة وشاملة لمختلف المفاهيم الواردة ببرنامج الرياضيات للسنة التاسعة من التعليم الأساسي والتأليف بينها وتهيئته لاجتياز أي اختبار أو المبياد بامتياز.

بذلك يكون هذا الكتاب أحسن إعداد للتلميذ لبقية الأقسام القادمة.

نأمل أن يكون هذا العمل خير سند للتلميذ والمدرّس، وهو ككل عمل قابل للمراجعة والتطوير.

وفي الختام نشكر الأستاذ سامي العواوي على نقده وملاحظاته القيمة.

الفهرس

الإصلاح	التمارين	
1	3	1 - التعداد و الحساب
10	7	2- مجموعة الأعداد الحقيقية
13	10	3 - العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية
20	15	4 - القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية
25	18	5 - الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية
32	21	6 - الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية
42	26	7 - المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية
50	32	8 - الإحصاء والاحتمالات
62	38	9 - التعيين في المستوى
67	43	10 - مبرهنة طالس وتطبيقاتها
72	49	11 - العلاقات القياسية في المثلث القائم
78	55	12 - أنشطة حول الرباعيات
83	59	13 - التعامد في الفضاء
91	65	14- الفروض

مراجعة عامة

- (1) ليكن $a; b$ و c أعدادا صحيحة طبيعية بحيث a يقسم الجداء bc . إذا كان a و b أوليين فيما بينهما فإن a يقسم c
- (2) ليكن $a; b$ و c أعدادا صحيحة طبيعية؛ إذا كان a يقسم c و b يقسم c و a و b أوليين فيما بينهما فإن ab يقسم c
- (3) يكون عددا قابلا للقسمة على 6 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 2 و 3.
- (4) يكون عددا قابلا للقسمة على 12 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 3 و 4.
- (5) يكون عددا قابلا للقسمة على 15 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 3 و 5.

التمارين:

تمرين عدد 01: أجب بصواب أو خطأ:

- (أ) يكون عددا قابلا للقسمة على 8 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 2 و 4
- (ب) يكون عددا قابلا للقسمة على 45 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 5 و 9
- (ج) إذا كان 7 يقسم $11a$ فإن 7 يقسم a
- (د) إذا كان 3 يقسم $24b$ فإن 3 يقسم b
- (هـ) كل عدد يقبل القسمة على 5 ومجموع أرقامه 12 يقبل القسمة على 15.
- (و) لتكن $m; n$ و p ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية مخالفة للصفر؛ إذا كان m يقسم n و p يقسم n فإن mp يقسم n

تمرين عدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

- (أ) العدد 47351948 قابل للقسمة على: ☐ 25 ؛ ☐ 4 ؛ ☐ 8
- (ب) العدد 40819875 قابل للقسمة على: ☐ 6 ؛ ☐ 12 ؛ ☐ 15
- (ج) إذا كان $420 = م.م.أ (a; 70)$ و $14 = ق.م.أ (a; 70)$ فإن: ☐ $a=60$ ؛ ☐ $a=74$ ؛ ☐ $a=84$
- (د) نعتبر العدد $a=171320x5$ حيث x عدد فردي ويمثل رقم العشرات. إذا كان العدد a قابلا للقسمة على 15 فإن: ☐ $x=3$ ؛ ☐ $x=5$ ؛ ☐ $x=7$

تمرين عدد 03: ضع العلامة ☒ في الخانة المناسبة:

العدد	يقبل القسمة على	2	3	4	5	6	8	12	15	25
639084										
324075										
1314072										
697800										

تمرين عدد 04: نعتبر العدد $a=8547yx0$ حيث x رقم عشراته و y رقم مئاته. أوجد القيم الممكنة لـ x و y

ليكون العدد a قابلا للقسمة على 6 و 25.

تمرين عدد 05: نعتبر العدد $b=651098yx$ حيث x رقم أحاده و y رقم عشراته. أوجد القيم الممكنة لـ x و y

ليكون العدد b قابلا للقسمة على 4 و 15.

تمرين عدد 06: نعتبر العدد $x=9678a10b$ حيث b رقم أحاده و a رقم آلافه. أوجد القيم الممكنة لـ a و b

ليكون العدد x قابلا للقسمة على 8 و 12.

تمرين عدد 07: نعتبر العدد $y=197587ab$ حيث b رقم أحاده و a رقم عشراته. أوجد القيم الممكنة لـ a و b

ليكون العدد y قابلا للقسمة على 12 و 15.

تمرين عدد 08: ليكن العدد $A=321n4p$ حيث p و n عدنان صحيحان طبيعيين. أوجد p و n

ليكون العدد A قابلا للقسمة على 4 و 9.

تمرين عدد 09: نعتبر العدد $X = 3^{59} + 3^{58} + 3^{57} + 3^{56}$

بين أن العدد X يقبل القسمة على 12 و 15

تمرين عدد 10: نعتبر العدد $Y = 21b + 14$ حيث b عدد صحيح طبيعي.

بين أنه إذا كان 11 يقسم Y فإن 11 يقسم العدد $3b + 2$

تمرين عدد 11:

(أ) بين أن إذا كان a يقسم b و c فإن a يقسم $a + b + c$

(ب) بين أن إذا كان 3 يقسم a و 5 يقسم b فإن 15 يقسم $5a + 3b$

تمرين عدد 12: نعتبر المعادلة $11b + 22 = 3a + 12$ حيث $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$.

(أ) بين أن 3 يقسم $b + 2$ ؛ (ب) بين أن 11 يقسم $a + 4$

تمرين عدد 13:

نعتبر العدد الصحيح الطبيعي $X = a - 63$ حيث a عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 3 و 7.

(أ) بين أن العدد X يقبل القسمة على 21 ؛ (ب) استنتج أن العدد 20999937 يقبل القسمة على 21.

تمرين عدد 14: نعتبر العددين $a = 550$ و $b = 441$

(أ) أوجد القاسم المشترك الأكبر ثم المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b

(ب) ليكن X عددا صحيحا طبيعيا. بين أنه إذا كان x يقبل القسمة على a و b فإن x يقبل القسمة على 242550

تمرين عدد 15: نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين x و y حيث $xy = 3720$ و $2 = \text{ق.م.أ.}(y; x)$

(أ) احسب $\text{ق.م.أ.}(y; x)$

(ب) حدد مجموعة المضاعفات المشتركة للعددين x و y الأصغر من 14900. ما هو كم هذه المجموعة؟

تمرين عدد 16: (1) جد العدد الطبيعي p حيث $15 = \text{ق.م.أ.}(120; p)$ و $p < 100$

(2) جد العدد الطبيعي q حيث $84 = \text{ق.م.أ.}(12; q)$

تمرين عدد 17: (1) D_{15} هي مجموعة قواسم العدد 15 و D_{25} هي مجموعة قواسم العدد 25.

أوجد كم كل من المجموعات التالية: $D_{15} \cup D_{25}$ و $D_{15} \cap D_{25}$ ؛ D_{25} ؛ D_{15}

(2) قسم رياضة به 25 تلميذ منهم 16 اختصاصهم كرة القدم و 12 اختصاصهم كرة اليد و 4 اختصاصهم كرة اليد

والقدم في نفس الوقت. احسب عدد التلاميذ الذين اختصاصهم كرة اليد أو كرة القدم

تمرين عدد 18: حدد مجموعة الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام مختلفة باستعمال الأرقام: 1؛ 2؛ 3؛ 4 و 4.

تمرين عدد 19: نعتبر المجموعتين $E = \{1; 2; 3; 4\}$ و $F = \{5; 6; 7; 8; 9\}$

(أ) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والآخر من F بحيث يكون جذاؤهما عددا فرديا.

(ب) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والآخر من F بحيث يكون مجموعهما عددا أوليا.

(ج) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والآخر من F بحيث يكون الفرق بينهما عنصرا

من E

تمرين عدد 20: أوجد كم كل من المجموعات التالية:

(أ) A هي مجموعة الأعداد الفردية التي تتكون من رقمين

(ب) B هي مجموعة الأعداد الزوجية التي تتكون من ثلاثة أرقام ورقم عشراتها من مضاعفات 3

(ج) C هي مجموعة الأعداد الأولية التي تتكون من أربعة أرقام ومجموع أرقامها يساوي 12.

تمرين عدد 21: نعتبر المجموعة التالية:

$A = \{ 25470 ; 67944 ; 73508 ; 1479 ; 31170 ; 81720 ; 13475 ; 793140 ; 5733 ; 4715 \}$

(1) أوجد كم كل من المجموعات التالية:

(أ) E هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 3.

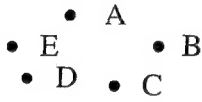
- (ب) F هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 4.
 (ج) G هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 5.
 (2) استنتج كلا من المجموعات التالية:
 (أ) H هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 12.
 (ب) I هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 15.
 (ج) J هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 4 أو التي تقبل القسمة على 3.

تمرين عدد 22:

كيس يحتوي على 4 كويرات تحمل الأحرف a ; b ; c و d أوجد عدد الإمكانيات لسحب 2 كويرات في نفس الوقت.

تمرين عدد 23:

- (1) كم من فريق بنفس العدد من اللاعبين يمكن تكوينه من بين 47 لاعب.
 (2) 6 أشخاص يريدون تكوين فريق كرة سلة (5 لاعبين). كم من إمكانية لذلك؟

تمرين عدد 24:

(1) كم مثلثا يمكن رسمه بحيث تكون رؤوسه من بين النقاط :

A ; B ; C ; D و E بالرسم التالي:

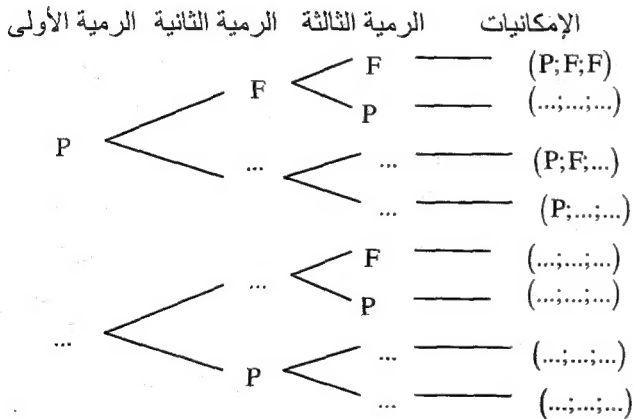
(2) أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأعداد 1؛ 2؛ 3 و 4 على قمم الخماسي ABCDE عوض عن الأحرف

تمرين عدد 25:

عائلة بها 6 أبناء: (يوسف؛ مرام؛ أبرار؛ بسام؛ فتحي؛ حياة).
 قرر الأب أن يختار ثلاثة منهم بالقرعة لاصطحابه إلى مدينة العلوم. أوجد عدد إمكانيات الاختيار.

تمرين عدد 26:

لقطعة نقدية وجهان: الوجه ونرمز له بـ F واللقفا ونرمز له بـ P.
 نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات في الهواء وإثر سقوطها
 نسجل في كل مرة الوجه الظاهر من القطعة.



- (1) أتمم شجرة الاختيار التالية:
 (2) حدد إمكانيات " الحصول على 3 وجوه P"
 (3) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على الوجه P مرتين على الأقل؟"
 (4) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على وجه F مرة واحدة فقط؟"
 (5) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على 3 وجوه متشابهة؟"
 (6) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على وجهين متشابهين على الأقل؟"

تمرين عدد 27:

لاحظ الشكل المقابل المتكون من 3 أجزاء: مثلث T، مستطيلا R ونصف قرص دائري D.
 تريد أبرار تلوين الأجزاء الثلاثة بثلاثة أقلام ملونة: الأخضر (V)؛ الأزرق (B) و الأصفر (J).

- (1) إذا علمت أنه يمكن لأبرار تلوين الأجزاء بنفس اللون، ما هي إمكانيات التلوين؟
 (2) علما أنه يمكنها أن تلوّن كل جزء بلون مختلف عن الآخر، ما هي إمكانيات التلوين؟



تمرين عدد 28:

بمحفظة يوسف 3 ملفات: أحمر (R) ؛ أزرق (B) و أخضر (V).
يسحب يوسف ملفين الواحد تلو الآخر دون النظر إليهما وكل مرة يرجع الملف المسحوب.
(1) ما عدد إمكانيات السحب؟ ؛ (2) ما عدد إمكانيات سحب ملفين خضراوين؟
(3) ما عدد إمكانيات سحب ملفين لهما نفس اللون؟ ؛ (4) ما عدد إمكانيات سحب ملفين مختلفين في اللون؟

تمرين عدد 29:

دخلت مرام مغازة للملابس الجاهزة ؛ رغبت في شراء كسوة مكونة من سروال، قميص ومعطف.
ترددت بين اختيار ثلاثة سراويل ، أربعة قمصان ومعطفين.
حدد عدد الكساي التي يمكن أن تختارها.

تمرين عدد 30:

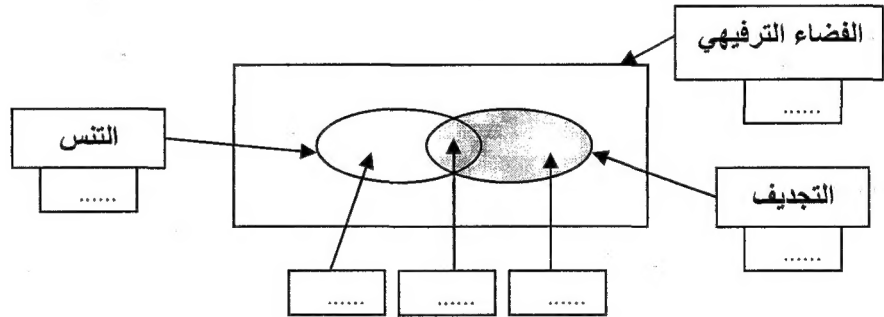
رمز " بين " (PIN) يتكون من 4 أرقام مختارة من بين الأرقام 0 و 1. ما هو عدد إمكانيات الحصول على رموز مختلفة؟

تمرين عدد 31:

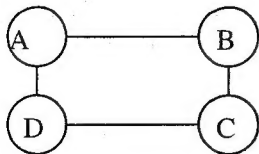
باستعمال الأرقام 1؛ 2؛ 4 و 5 .
(1) كم عددا يتكون من ثلاثة أرقام؟
(2) كم عددا يتكون من ثلاثة أرقام حيث رقم الآحاد 4

تمرين عدد 32:

يشترك 120 شخص بفضاء ترفيهي منهم 24 يلعبون التنس و 15 يمارسون رياضة
التجديف في حين يمارس 6 أشخاص الرياضتين معا.



- (1) أكمل الفراغات بالعدد المناسب.
- (2) ما هو عدد الأشخاص:
- (أ) الذين لا يمارسون كلتا الرياضتين.
- (ب) الذين يلعبون التنس فقط
- (ج) الذين يمارسون رياضة واحدة على الأقل.

تمرين عدد 33:

أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأرقام 1 و 2 و 3 و 4 على قمم الرباعي عوضا عن الأحرف

تمرين عدد 34:

بكم من طريقة يمكنك وضع 3 سيارات $(V_1; V_2; V_3)$ في ماوى ذي خمسة أماكن $(P_1; P_2; P_3; P_4; P_5)$

مراجعة عامة

- (1) لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية
- (2) كل كتابة عشرية دورية تمثل عددا كسريا وحيدا.
- (3) كل كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية تمثل عددا أصمًا.
- (4) مجموعة الأعداد الحقيقية هي اتحاد مجموعتي الأعداد الكسرية والنسبية والأعداد الصماء ونرمز لها بـ \mathbb{R} .
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- (5) الجذر التربيعي لعدد حقيقي موجب a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي مربعه يساوي a ويكتب $\sqrt{a} = b$ يعني $a = b^2$
- (6) المستقيم العددي هو مستقيم مدرج بواسطة الأعداد الحقيقية حيث أن كل عدد حقيقي يمثل فاصلة نقطة وكل نقطة من المستقيم تمثل عددا حقيقيا :

التمارين

تمرين عدد 01:

أجب بـ " صواب " أو " خطأ "

- (أ) كل عدد أصم هو عد كسري
- (ب) كل عدد له كتابة عشرية دورية هو عدد كسري
- (ج) كل عدد له كتابة عشرية لا متناهية ودورية هو عدد أصم
- (د) كل عدد كسري هو عدد حقيقي
- (هـ) كل عدد كسري هو عدد أصم
- (و) π هو عدد كسري
- (ي) $\sqrt{7}$ هو عدد أصم

تمرين عدد 02:

ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح الصحيح:

- (1) $\sqrt{11}$ هو عدد: ☐ أصم ، ☐ عشري ، ☐ كسري
- (2) 1.72 هو عدد: ☐ أصم ، ☐ كسري ، ☐ عشري
- (3) $\sqrt{0.01}$ هو عدد: ☐ أصم ، ☐ صحيح ، ☐ عشري
- (4) $x^2 = 5$ و $x > 0$ يعني: ☐ $x = 25$ ، ☐ $x = \sqrt{5}$ ، ☐ $x = 10$
- (5) $\sqrt{a} = \pi$ يعني: ☐ $a = 2\pi$ ، ☐ $a = \pi^2$ ، ☐ $a = \frac{\pi}{2}$

تمرين عدد 03:

أوجد الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد التالية: $\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{12}{11}$ ؛ $-\frac{15}{6}$ ؛ $-\frac{64}{11} - 2$ ؛ $\frac{2}{3} + 1$ ؛ $\frac{10}{11} - 1$ ؛ $4 - \frac{14}{3}$

تمرين عدد 04:

نعتبر المجموعة

$$A = \left\{ -\sqrt{2} ; \pi ; -\frac{5}{3} ; 2,63 ; \sqrt{0,04} ; 6,24 ; -\frac{\pi}{3} ; -\frac{\sqrt{3}}{5} ; \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$$

- (1) أكمل بما يناسب من الرموز: \in ؛ \notin ؛ \subset أو $\not\subset$: $2 \dots A$ ؛ $0.2 \dots A$ ؛ $2.6 \dots A$ ؛ $3.14 \dots A$ ؛ $-1.6 \dots A$

$$A \dots \mathbb{R} ; A \dots \mathbb{Q} ; \left\{ 2,63 ; -2 ; -\frac{\sqrt{3}}{5} \right\} \dots A ; \left\{ -\sqrt{2} ; \frac{156}{25} ; \frac{2}{10} \right\} \dots A ;$$

(2) أوجد عناصر المجموعات التالية: $A \cap \mathbb{R}_- ; A \cap \mathbb{R}_+ ; A \cap \mathbb{R} ; A \cap \mathbb{Z} ; A \cap \mathbb{N} ; A \cap \mathbb{D} ; A \cap \mathbb{Q}$

تمرين عدد 05:

(1) أوجد الكتابة العشرية الدورية لـ $\frac{23}{11}$

(2) دون القيام بعملية استنتاج الكتابة العشرية الدورية للأعداد $\frac{45}{11} ; \frac{34}{11} ; \frac{12}{11}$

تمرين عدد 06:

(1) أعط حصرًا للعدد $\frac{11}{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

(2) أوجد القيمة التقريبية بالنقصان للعدد $\frac{11}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

(3) أوجد القيمة التقريبية بالزيادة للعدد $\frac{11}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

تمرين عدد 07:

احسب: $\sqrt{\frac{25}{4}} ; \sqrt{\frac{1}{121}} ; \sqrt{\frac{0.49}{0.01}} ; \sqrt{\frac{144}{169}} ; \sqrt{\frac{x^2}{9}}$ حيث $x \in \mathbb{R}_+$

$$\sqrt{\frac{3^2+4^2}{36}} ; \sqrt{2+\sqrt{49}} ; \sqrt{32+\sqrt{11+\sqrt{25}}} ; \sqrt{\frac{3}{4}+\frac{11}{2}}$$

تمرين عدد 08:

(1) أوجد الرقم الذي رتبته 2009 بعد الفاصل في الكتابة 23.123

(2) أوجد الرقم الذي رتبته 257 بعد الفاصل في الكتابة 15.24

(3) أوجد الرقم الذي رتبته 2010 بعد الفاصل في الكتابة 9.321

تمرين عدد 09:

نعتبر العدد $11.xyz$ حيث x, y و z أرقام. أوجد الأرقام x, y و z إذا علمت أن الرقم

الذي رتبته 203 بعد الفاصل هو 5 والرقم الذي رتبته 68 بعد الفاصل هو 3 والرقم الذي رتبته 858 بعد الفاصل هو 7

تمرين عدد 10:

جد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية:

$$x^4 = 49 ; x^4 = 16 ; x^2 = 169 ; x^2 = 5 ; x^2 = \frac{121}{4} ; x^2 = 0.09 ; x^2 = 1$$

تمرين عدد 11:

جد العدد الحقيقي الموجب x في كل من الحالات التالية:

$$\sqrt{6+\sqrt{2+\sqrt{x}}} = 3 ; \sqrt{1+\sqrt{x}} = 2 ; \sqrt{x-11} = 11 ; \sqrt{x+9} = 7 ; \sqrt{x} = 23 ; \sqrt{x} = 15$$

تمرين عدد 12: رتب تصاعدياً الأعداد التالية: $1.73 ; \sqrt{3} ; 1.41 ; \pi ; 1.41 ; 3.14 ; \sqrt{2} ; 3.14$

تمرين عدد 13:

(1) أوجد الكتابة العشرية الدورية للأعداد التالية: $\frac{19}{11}$; $\frac{14}{11}$ و $\frac{3}{11}$

(2) استنتج أن $1.72 + 0.27 = 2$ و $1.72 + 1.27 = 3$

تمرين عدد 14: نعتبر العدد $31.73abc$ حيث a ; b و c أرقام. أوجد الأرقام a ; b و c إذا علمت أن الرقم الذي رتبته 317 بعد الفاصل هو 1 والرقم الذي رتبته 415 بعد الفاصل هو 6 والرقم الذي رتبته 504 بعد الفاصل هو 9.

تمرين عدد 15: نعتبر مستقيما Δ مدرجا بالمعين (O;I) حيث $OI = 1\text{cm}$

(1) عين على Δ النقاط A ; B ; C و D التي فاصلاتها على التوالي -3 ; $\frac{5}{2}$; $\sqrt{2}$ و -1 .

(2) احسب الأبعاد AB ; BC ; DC ; CI

(3) جد فاصلة النقطة E مناظرة A بالنسبة إلى O .

(4) جد فاصلة النقطة F مناظرة B بالنسبة إلى I

(5) جد فاصلة النقطة G منتصف $[DC]$.

تمرين عدد 16: نعتبر مستقيما Δ مدرجا بالمعين (O;I) حيث $OI = 1\text{cm}$

(1) عين على Δ النقاط E ; F و G التي فاصلاتها على التوالي $\sqrt{2} + 1$; $3\sqrt{2}$ و $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) احسب الأبعاد EF ; FG و EG

(3) عين النقطة M على Δ بحيث تكون فاصلتها موجبة و $GM = 1$. ما هي فاصلتها؟

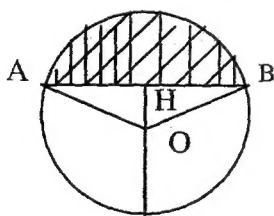
تمرين عدد 17:

أعط قيمة تقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لحجم مخروط دوراني شعاعه 6cm وارتفاعه 13cm (نأخذ $\pi = 3.14$)

تمرين عدد 18:

أعط قيمة تقريبية بالنقصان بثلاثة أرقام بعد الفاصل للمساحة المشطوبة في الشكل التالي

($\pi = 3.14$) حيث $\vec{OB} = 7\text{cm}$; $AB = 11\text{cm}$; $OH = 4\text{cm}$



مراجعة عامة

I- الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

- * عملية الجمع في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a \in IR$ و $b \in IR$ فإن $a+b=b+a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR$ و $c \in IR$ فإن $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$
- * العدد 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع أي مهما يكن $a \in IR$ فإن $a+0=0+a=a$
- * كل عدد حقيقي a له مقابل $(-a)$ أي مهما يكن $a \in IR$ فإن $a+(-a)=(-a)+a=0$
- * الفرق بين عددين حقيقيين a و b هو العدد الحقيقي c بحيث $a=b+c$ ونكتب $c=a-b$
- * مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $-(-a)=a$
- * مهما يكن $a \in IR$ و $b \in IR$ فإن $-(a+b)=-a-b$
- * مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR$ و $c \in IR$ فإن $a-(b+c)=a-b-c$ و $a-(b-c)=(a-b)+c$

II- الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

- * عملية الضرب في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a \in IR$ و $b \in IR$ فإن $a \times b = b \times a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR$ و $c \in IR$ فإن $a \times b \times c = a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- توزيعية على عملية الجمع أي: مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR$ و $c \in IR$ فإن $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
- توزيعية على عملية الطرح أي: مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR$ و $c \in IR$ فإن $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$
- * العدد 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب أي مهما يكن $a \in IR$ فإن $a \times 1 = 1 \times a = a$
- * مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$
- * كل عدد حقيقي a مخالف للصفر له مقلوب $\left(\frac{1}{a}\right)$ ، مهما يكن $a \in IR^*$ فإن $a \times \frac{1}{a} = 1$
- * مهما يكن $a \in IR$ و $b \in IR$ فإن $(a.b=0)$ يعني $(a=0$ أو $b=0)$.
- * القسمة على عدد حقيقي مخالف للصفر هي الضرب في مقلوبه أي: $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
- * مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR^*$ و $c \in IR$ فإن $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
- * مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR^*$ و $c \in IR$ و $d \in IR^*$ فإن $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ و $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$
- * مهما يكن $a \in IR$ ، $b \in IR^*$ و $c \in IR^*$ و $d \in IR^*$ فإن $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

III- القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخصائصها:

- * إذا كانت M نقطة من مستقيم مدرج (OI) فاصلتها x فإن القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x هي البعد OM أي $OM = |x|$

- * $(|x| = x)$ يعني $(x \in \mathbb{R}_+)$ ، $(|x| = -x)$ يعني $(x \in \mathbb{R}_-)$ ،
 * $(|x| = 0)$ يعني $(x = 0)$ ، * إذا كانت $a \geq 0$ حيث $(|x| = a)$ يعني $(x = a)$ أو $(x = -a)$ ،
 * مهما يكن $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$ فإن $|a.b| = |a|.|b|$ ، * مهما يكن $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}^*$ فإن $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ ،
 * مهما يكن $a \in \mathbb{R}_+$ و $b \in \mathbb{R}_+$ فإن $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ ، * مهما يكن $a \in \mathbb{R}_+$ و $b \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

التمارين

- تمرين عدد 01:** احسب: $-\frac{5}{3} + \frac{4}{9}$ ، $-0.1 - \frac{3}{5}$ ، $-\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{11}\right)$ ، $1.2 - \left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $\frac{11}{2} + \left(\frac{9}{2} - 3.4\right)$ ،
 $-\frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7} + \frac{13}{11}\right)$ ، $\left(17 - \frac{5}{4}\right) - \frac{15}{4}$ ، $-\frac{2}{7} + \frac{5}{11} - \frac{1}{7} + \frac{1}{22}$ ، $\left(\frac{16}{9} + \frac{19}{17}\right) - \left(\frac{7}{9} + \frac{19}{17}\right)$ ، $\left(\frac{1}{15} - 13.7\right) - \left(\frac{1}{30} - 13.7\right)$ ،
تمرين عدد 02: اختصر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{R}$

$$F = \left(\sqrt{2} - 2x + \frac{2}{3}\right) - \left(3\sqrt{2} - 5x - \frac{5}{6}\right) - (-2\sqrt{2} + 3x - 1) ، \quad E = (x - \pi) - \left(\frac{1}{2} + x\right) - \left(\frac{3}{4} - \pi\right) - 1$$

$$G = \pi - (\sqrt{2} - 1) - [2 - (\sqrt{2} - \pi - 1)] - \frac{3}{2}$$

تمرين عدد 03: ضع العلامة \square أمام المقترح الصحيح:

- (1) إذا كان $A = 3 - \left(\sqrt{2} - \frac{5}{2}\right) - (5 - 2\sqrt{2}) - \sqrt{2}$ فإن: $\square A = \sqrt{2}$ ، $\square A = 2\sqrt{2}$ ، $\square A = \frac{1}{2}$ ،
 (2) إذا كان $B = (\sqrt{7} - \pi + x) - \left(\frac{1}{2} - \pi - x\right) - 2\sqrt{7}$ و $x = \sqrt{7}$ فإن: $\square B = \frac{1}{2}$ ، $\square B = \sqrt{7}$ ، $\square B = \sqrt{7} - \frac{1}{2}$ ،
 (3) إذا كان $C = \frac{2}{3} - (a + 7) - \left(\frac{5}{3} - b\right)$ و $a - b = -8$ فإن: $\square C = -16$ ، $\square C = 0$ ، $\square C = 16$ ،

تمرين عدد 04:

- (1) اختصر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{R}$ ، $y \in \mathbb{R}$ و $z \in \mathbb{R}$: $A = x - [(y - z) - (x - y)] - (z + x) + 2y$ ، $B = x - (y - x - z) + y - (x - z) + y - (x - y)$ ، $C = y - (x - 1) - [z - (y - 1)] + [x - (1 - z)]$ ،
 (2) احسب A ، B و C في حالة $x = z = \frac{1}{2}$ و $y = -\frac{5}{2}$.
 (3) ابحث عن z علما أن $B = C$.

تمرين عدد 05: لتكن العبارتان E و F حيث $x \in \mathbb{R}$:

- $F = -(\sqrt{5} + x + \pi) + [-(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \pi] - (\sqrt{3} - \pi)$ ، $E = (x - \sqrt{2} - \pi) - [-(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \pi) - x] - (x - \pi)$
 (1) أثبت أن: $E = x - \pi + \sqrt{3}$ و أن $F = -x + \pi - 2\sqrt{3}$
 (2) أثبت أن $F = -(E + \sqrt{3})$.
 (3) احسب E و F في حالة $x = \pi + 1$

(4) أوجد x علما أن $F = -\sqrt{3} + \pi$ تمرين عدد 06: احسب: $A = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 - 2 \times \left(-\frac{9}{4}\right) \times 5 + 5 \times \left(-\frac{3}{10}\right)$

$$C = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{7} \times (-5) + \left(-\frac{2}{21}\right) \times \frac{3}{2} - (-0.4) \times \frac{10}{7}$$

$$D = \left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right) \times \frac{\sqrt{6}}{11} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \sqrt{8} \times \left(-\frac{\pi}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$$

تمرين عدد 07: لتكن العبارة $E = \sqrt{2}a - \sqrt{3}b - ab\sqrt{6}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$. أحسب العبارة E في كل من الحالات التالية:

(1) $a = \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3}$

(2) $a = \sqrt{3}$ و $b = \sqrt{2}$

(3) $a = b = \sqrt{2}$

(4) $a = -\sqrt{2}$ و $b = -\sqrt{3}$

(5) $a = b = -\sqrt{3}$

تمرين عدد 08: ضع العلامة \square أمام المقترح الصحيح:(1) إذا كان $A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ، $B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ، $C = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ فإن: \square مقلوب B ، \square مقلوب A ، \square مقلوب C (2) إذا كان $X = \sqrt{7}$ ، $Y = \frac{\sqrt{7}}{7}$ ، $Z = \frac{1}{\sqrt{7}}$ فإن:

\square $XY = 7$ ، \square $Y = Z$ ، \square $X + Z = \frac{\sqrt{7}}{8}$

تمرين عدد 09: اختصر العبارات التالية: $A = \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$ ، $B = 2\sqrt{20} + 5\sqrt{5} - \sqrt{45}$ ،

$C = -3\sqrt{3} + 4\sqrt{12} - 7\sqrt{75}$ ، $D = -\sqrt{28} - \sqrt{63} + 7\sqrt{7}$

تمرين عدد 10: انشر واختصر العبارات التالية: $E = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right)$ ، $F = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

$H = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 3) - 5(1 - \sqrt{5})$ ، $N = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 2(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$

تمرين عدد 11: انشر واختصر العبارات التالية حيث $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ و $c \in \mathbb{R}$:

$Y = \left(a - \frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4} - b\right) + (a - b)\left(\frac{5}{4} - a\right)$ ، $X = a\left(\frac{3}{2} - b\right) + b\left(a - \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}(a - b)$

$T = (a - b)\left(\frac{4}{5} - a\right) - (b - a)\left(a - \frac{4}{5}\right)$

تمرين عدد 12: ليكن x و y العددين الحقيقيين التاليين: $x = 5 + 2\sqrt{6}$ و $y = 5 - 2\sqrt{6}$.(1) بين أن x و y مقلوبان.(2) احسب: $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ و $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ، $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$

تمرين عدد 13: فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{R}$: $A = (3x+1)(x-1) + (2x+3)(x-1)$

$$D = 2(x+2)\sqrt{3}-3 \quad , \quad C = \pi\sqrt{5}-5 \quad , \quad B = 2\pi x - 4x\sqrt{2}$$

$$F = (x-\sqrt{7})(x+5) - (x+4)(\sqrt{7}-x) \quad , \quad E = \sqrt{7}(x+1) - 2x - 2$$

تمرين عدد 14: احسب:

$$Z = \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \quad , \quad T = \frac{\pi}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}} \times \frac{1}{\pi} \quad , \quad Y = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} \quad , \quad X = \frac{1-\frac{1}{3}}{2-\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}$$

تمرين عدد 15: اكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{7} + b\sqrt{5}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$

$$B = \sqrt{125} + \sqrt{28} - \frac{2}{3}\sqrt{63} + \frac{1}{\sqrt{7}} \quad , \quad A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{5} + \frac{3}{2}(\sqrt{7} + \sqrt{5}) - \left(\frac{13}{2}\sqrt{7} - \frac{7\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$D = \frac{\sqrt{448}}{14} + \frac{\sqrt{35}+1}{\sqrt{7}} - \frac{5\sqrt{180}}{2} \quad , \quad C = \frac{\sqrt{7}+1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

تمرين عدد 16: 1) انشر واختصر العبارة: $(a+1)(a-1) - a^2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

2) استنتج $10001 \times 9999 - 10^8$. ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد 10^8 على $10^4 - 1$.

تمرين عدد 17: احسب العبارة التالية: $A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{49}\right) \times \left(1 + \frac{1}{50}\right)$

تمرين عدد 18: احسب: $\left|3 - 2\sqrt{2}\right|$, $|3.15 - \pi|$, $|3.14 - \pi|$, $|1.4 - \sqrt{2}|$, $\left|-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right|$

تمرين عدد 19: احسب: $Z = \frac{|\sqrt{3} - \pi|}{|\pi - \sqrt{3}|}$, $Y = |(-\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{6})|$, $X = |\sqrt{2} - \sqrt{3}| \times |\sqrt{2} + \sqrt{3}|$

$$V = \left|-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right| - \left|\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right| \quad , \quad U = \left|\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\pi-\sqrt{2}}\right| \times \left|\frac{\sqrt{2}-\pi}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}\right|$$

تمرين عدد 20:

1) اختصر العبارة $A = -|x| + x$ في حالة $x \in \mathbb{R}_+$ ثم في حالة $x \in \mathbb{R}_-$.

2) اختصر العبارة $B = -x - |x+2|$ في حالة $x \geq -2$ ثم في حالة $x \leq -2$.

3) اختصر العبارة $C = \sqrt{2} - |\sqrt{2} - x|$ في حالة $x \geq \sqrt{2}$ ثم في حالة $x \leq \sqrt{2}$.

تمرين عدد 21: أوجد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية: $|x| = \sqrt{5}$, $|x+2\sqrt{3}| = 0$, $|x-1| = 1+\sqrt{2}$;

$$|x-\pi| = 1-\sqrt{2} \quad , \quad 3|(x-\sqrt{5})(x-\sqrt{2})| = 0$$

تمرين عدد 22: أوجد $|x|$ ثم استنتج x في كل من الحالات التالية حيث $x \in \mathbb{R}$:

$$|-\sqrt{7}x + 2x| = 1 \quad , \quad \left|-\frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{5}}\right| = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad , \quad \left|\frac{-x}{\sqrt{2}}\right| = \frac{1}{2} \quad , \quad |-3x| = 4$$

تمرين عدد 23: ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح الصحيح:

(1) إذا كان $|x| = x$ فإن: $\boxtimes x \in \mathbb{R}_+$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}_-$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}^*$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}$

(2) إذا كان $|x| = -x$ فإن: $\boxtimes x \in \mathbb{R}_+$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}_-$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}^*$ ، $\boxtimes x \in \mathbb{R}$

(3) إذا كان $\sqrt{x^2} = 2$ فإن: $\boxtimes |x| = 2$ ، $\boxtimes |x| = \sqrt{2}$ ، $\boxtimes x = 2^2$ ، $\boxtimes x = 2$

تمرين عدد 24: لتكن العبارتان التاليتان $x = \sqrt{a} + a$ و $y = \sqrt{a} - a$ حيث $a \in \mathbb{R}_+$ و $a \neq 1$.

(1) احسب: $x+y$; $x-y$; $x \times y$

(2) احسب: $\frac{x \times y}{x-y}$; $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(3) أثبت أن: $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = -\frac{1}{\sqrt{a}}$

(4) أوجد العدد الحقيقي a في حالة $x-y = x \times y$.

تمرين عدد 25:

(1) لتكن العبارة التالية: $A = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{2} + x) - (2x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3})$.

(أ) بين أن: $A = 3x(\sqrt{3} - x)$ ، (ب) احسب A في حالة $x = -1$

(ج) ثم في حالة $x = -\sqrt{3}$ ، (د) أوجد x إذا علمت أن $A = 0$

(2) نعتبر العبارة B التالية: $B = \sqrt{27} - 3x$

(أ) بين أن $B = 3(\sqrt{3} - x)$ ، (ب) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A - B$ ، (ج) أوجد x إذا علمت أن $A - B = 0$

تمرين عدد 26:

(1) لتكن العبارة $a = x\sqrt{\frac{242}{45}}$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) بين أن: $a = \frac{11\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}x$ ، احسب العبارة a في حالة $x = \sqrt{2}$ ثم في حالة $x = \sqrt{10}$

(ب) أوجد $|a|$ إذا علمت أن $x \in \mathbb{R}_-$

(2) نعتبر العبارة $b = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{180}{968}}$ حيث $x \in \mathbb{R}^*$

(أ) بين أن $a \times b = 1$ ، (ب) استنتج أن a مقلوب b .

تمرين عدد 27:

لتكن العبارة التالية: $X = |a - \sqrt{2}| - |\sqrt{3} - b| - |a - b|$ حيث $a < \sqrt{2}$ و $b > 3$.

(1) اختصر العبارة X ، (2) احسب العبارة X في حالة $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

(3) أوجد b في كل من الحالات التالية:

(أ) $X = \sqrt{3}$ ، (ب) $X - \sqrt{2} = 0$ ، (ج) $|X| = \sqrt{2}$ ، (د) $|X - \sqrt{3}| = 1$

مراجعة عامة

- إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر و n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من 1 فإن a^n هو جذاء n عوامل مساوية لـ a أي: $a^n = a \times a \times \dots \times a$ حيث n هو عدد عوامل هذا الجداء.
- إذا كان a عددا حقيقيا فإن $a^1 = a$ ، إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر فإن $a^0 = 1$.
- إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر و n عددا صحيحا نسبيا فإن $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر و n و p عددين صحيحين نسبين فإن: $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}, \quad (a^n)^p = a^{n \times p}, \quad a^n \times a^p = a^{n+p}$$

التمارين

تمرين عدد 01: احسب: $(-2)^3, \left(-\frac{4}{5}\right)^2, \left(-\frac{3}{2}\right)^4, (-19)^1, -11^1, \left(-\frac{109}{11}\right)^0, -10^3, (\sqrt{2})^2, \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^4, (-2\sqrt{7})^3$

تمرين عدد 02: احسب: $(-1)^{-11}, (-\sqrt{2})^{-2}, (-0.5)^{-3}, \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}, (-\sqrt{3})^{-1}, -1^{-5}, (-2\sqrt{5})^{-3}, \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-2}, -10^{-6}$

تمرين عدد 03: ضع العلامة \square أمام الإجابة الصحيحة:

(أ) إذا كان $a \in \mathbb{R}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ و $p \in \mathbb{Z}$ فإن: $\square (a^n)^p = a^{n-p}, \square (a^n)^p = a^{n \times p}, \square (a^n)^p = a^{n+p}$

(ب) إذا كان $b \in \mathbb{R}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ و $m \in \mathbb{Z}$ فإن: $\square \frac{b^n}{b^m} = b^{n \times m}, \square \frac{b^n}{b^m} = b^{n+m}, \square \frac{b^n}{b^m} = b^{n-m}$

تمرين عدد 04: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5} \times (-\sqrt{5})^{-5} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}, (-\sqrt{7})^5 \times \left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)^5, (2\pi)^{-11} \times \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{-11}, \left(-\frac{5}{3}\right)^{-4} \times \left(-\frac{3}{7}\right)^{-4}$$

تمرين عدد 05: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$$\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16} \times \left[\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2\right]^8 \times \left[\left(\frac{3}{11}\right)^{-4}\right]^{-4}, \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]^6 \times [(\sqrt{3})^{-3}]^{-4}, \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-3}\right]^{-4}, [(-\sqrt{3})^{-2}]^7, \left[\left(-\frac{8}{7}\right)^3\right]^{-5}$$

تمرين عدد 06:

(1) ليكن $x \in \mathbb{R}_+$ و $n \in \mathbb{N}$. أثبت أن $\sqrt[n]{x^{2n}} = x^n$.

(2) اكتب في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي: $\sqrt{3^4}; (-\sqrt{2})^{12}; \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-10}; (0.5)^{-3}; \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right)^{-8} \times (\sqrt{13})^8$

تمرين عدد 07: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي: $(-\sqrt{3})^5 \times (-\sqrt{3})^{-7}$ ، $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12}$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{\pi}\right)^{-6} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-6} , \left(\frac{4}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$$

تمرين عدد 08: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي: $\frac{(-3\sqrt{15})^{-7}}{(-2\sqrt{3})^{-7}}$ ، $\frac{(-9\pi)^{12}}{(3\pi)^{12}}$ ، $\frac{(-\sqrt{24})^{-11}}{(-\sqrt{8})^{-11}}$ ، $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^9}{\left(\frac{3}{2}\right)^9}$ ، $\frac{8^{-4}}{2^{-4}}$

تمرين عدد 09: احسب العبارات التالية:

$$B = \frac{1}{5^{-2}} \times \frac{7^2}{3^2} \times \frac{25}{7^{-1}} \times \frac{3}{5^3} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-2} , A = \sqrt{5}^4 \times 5^{-2} \times 25 \times 5^{-3} \times (-\sqrt{5})^{-6}$$

$$D = \frac{5^4}{27} \times \frac{11}{5^2} \times 3^{-5} \times 11^{-3} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} , C = (2\sqrt{2})^{-3} \times (\sqrt{2})^2 \times 2^{-2} \times \sqrt{2}$$

تمرين عدد 10: احسب العبارات التالية:

$$T = \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} \times \frac{5}{(\sqrt{3})^4} \right]^{-3} - \left[(\sqrt{5})^{-2} \times 5^5 \right] , Y = \frac{2^{19} - 2^6}{2^{21} - 2^8} , X = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 15^2 \times \left(\frac{9}{5}\right)^3}{\left(\frac{3}{2}\right) \times 5 \times (-2)^2 \times \left(\frac{5}{9}\right)^3}$$

تمرين عدد 11: أوجد العدد الصحيح النسبي n في كل حالة من الحالات التالية:

$$(\sqrt{2})^3 \times 2\sqrt{2} \times 2^n = (\sqrt{2})^4 \quad (1)$$

$$2^{-3} \times \pi^5 \times 2^n = (2\pi)^5 \quad (2)$$

$$(3^2 \times 5)^3 \times (3 \times 5^2)^3 = \frac{1}{(15)^n} \quad (3)$$

$$\frac{(\sqrt{3})^{-5}}{(\sqrt{5})^5} \times \frac{(\sqrt{5})^3}{\sqrt{3}} \times \left(\sqrt{3} \times (\sqrt{5})^2\right)^n = (\sqrt{15})^{-10} \quad (4)$$

تمرين عدد 12: (1) بين أن: $\frac{(2a^{-2})^{-3} \times (ab^5)^2 \times (b^{-3})^2}{8^{-1} \times (a^2b)^4} = 1$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}^*$

(2) بين أن $\frac{(a\sqrt{3})^3 \times b^{-2} \times (3ab)^2}{81 \times (ba^{-2})^{-4} \times (a^3b^{-4})^{-1}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}^*$

تمرين عدد 13: لتكن العبارة التالية: $X = \frac{(a^{-3}b^{-4})^2 \times (a^2b^{-3})}{a^4 \times (a^{-2}b^{-3})^3}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}^*$

(1) بين أن $X = a^{-2}b^{-2}$

(2) احسب X إذا كان $a = \sqrt{2}$ و $b = -\sqrt{3}$

(3) احسب X إذا كان a مقلوب b .

(4) أوجد a إذا علمت أن $a = b$ و $X = 1$

تمرين عدد 14: باقى القسمة الاقليدية لعدد طبيعي n على 8 هو 3.

لنعتبر a عددا حقيقيا حيث $a^2 = \sqrt{2}$

(1) أثبت أن $a^{n+1} \in \mathbb{N}$

(2) جد n حيث $a^{n+1} = 128$.

تمرين عدد 15 يبلغ بعد كوكب نبتون عن الشمس 4.74×10^{-4} سنة شمسية وعن الأرض حوالي 30 وحدة فلكية

إذا علمت أن الوحدة الفلكية تساوي حوالي 150 مليون كيلومتر والسنة الضوئية حوالي 9.5×10^{12} Km. ما هو الكوكب

الأقرب إلى نبتون الشمس أم الأرض؟

تمرين عدد 16:

(1) بين أن العدد $2^{34} - 2^{33} + 2^{32}$ يقبل القسمة على 3

(2) بين أن العدد $25^4 - 5^4$ مضاعف مشترك لثلاثة أعداد صحيحة طبيعية متتالية.

تمرين عدد 17:

نعتبر p عددا صحيحا طبيعيا فرديا حيث $p \geq 3$. بين أن العدد $p^{n+2} - p^n$ يقبل القسمة على 4

تمرين عدد 18:

(1) انشر ثم اختصر العبارة: $(x-1)(x^k + x^{k-1} + x^{k-2} + \dots + x^2 + x + 1)$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و $k \in \mathbb{N}$

(2) نعتبر n و p و q ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية.

بين أن: إذا كان p يقبل القسمة على q فإن $n^p - 1$ يقبل القسمة على $n^q - 1$.

(3) أوجد الأعداد الصحيحة الطبيعية n حيث $8 = \text{ق.م.أ.}(n^2 - 1; n^{2006} - 1)$

مراجعة عامة

- (1) ليكن a و b عددين حقيقيين: $a - b \leq 0$ يعني $a \leq b$ ، $a - b \geq 0$ يعني $a \geq b$.
 (2) لتكن a ، b و c ثلاثة أعداد حقيقية: $(a \geq b)$ يعني $(a + c \geq b + c)$.
 (3) لتكن a ، b ، c و d أربعة أعداد حقيقية: إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن $a + c \leq b + d$.
 (4) ليكن a و b عددين حقيقيين: * إذا كان c عددا حقيقيا موجبا قطعاً فإن $a \leq b$ يعني $ac \leq bc$.
 * إذا كان c عددا حقيقيا سالبا قطعاً فإن $a \leq b$ يعني $ac \geq bc$.
 (5) ليكن a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر ولهما نفس العلامة: إذا كان $a \leq b$ يعني $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.
 (6) ليكن a و b عددين حقيقيين: * إذا كان a و b عددين موجبين فإن: $a \leq b$ يعني $a^2 \leq b^2$.
 * إذا كان a و b عددين سالبين فإن: $a \leq b$ يعني $a^2 \geq b^2$.
 (7) ليكن a و b عددين حقيقيين: $|a| \leq |b|$ يعني $a^2 \leq b^2$.
 (8) ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين $a \leq b$ يعني $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.

التمارين

تمرين عدد 01: قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية: (أ) $a = \frac{6}{7}$; $b = \frac{5}{6}$ ، (ب) $a = -\frac{9}{11}$; $b = -\frac{7}{9}$

(ج) $a = -1.7$; $b = -\sqrt{3}$ ، (د) $a = \pi - \frac{6}{5}$; $b = \pi - \frac{8}{7}$ ، (هـ) $a = \sqrt{7} - 5\sqrt{2}$; $b = \sqrt{7} - 3\sqrt{2}$ ، (و) $a = \frac{-3\sqrt{2}}{5}$; $b = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ ، (ي) $a = \frac{-\sqrt{13}-1}{5}$; $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

تمرين عدد 02: ضع العلامة \square أمام المقترح السليم:

- (1) إذا كان $(a-b) \in \mathbb{R}_-$ فإن: $\square a + \sqrt{2} \leq b + \sqrt{2}$ ، $\square a + \sqrt{5} \geq b + \sqrt{5}$ ، $\square a^2 - 1 \geq 2$.
 (2) إذا كان $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}^*$ و $ab \in \mathbb{R}_+$ و $(a-b) \in \mathbb{R}_+$ فإن: $\square -\frac{1}{a} \geq -\frac{1}{b}$ ، $\square -\frac{1}{a} \leq -\frac{1}{b}$ ، $\square -a \geq -b$.
 (3) إذا كان $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$ و $c \in \mathbb{R}_-$ و $a - b \leq 0$ فإن: $\square ac + \sqrt{5} \geq bc + \sqrt{5}$ ، $\square ac + \pi \leq bc + \pi$ ، $\square -ac \geq -bc$.
 (4) إذا كان $a \leq -\sqrt{3}$ فإن: $\square a^2 \leq 3$ ، $\square a^2 \geq 3$ ، $\square a - \pi \geq b - \pi$.

تمرين عدد 03: a و b عدنان حقيقيان بحيث $a - b \leq 0$ قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) $x = a - \sqrt{3}$; $y = b - \sqrt{2}$ ، (ب) $x = -a - \pi$; $y = -b - 2\pi$ ، (ج) $x = 2a - 3\sqrt{2}$; $y = 2(b - \sqrt{2})$.
تمرين عدد 04: نعتبر عددين حقيقيين x و y بحيث $x \leq y$ قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) $a = x \frac{\sqrt{5}}{3}$; $b = y \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، (ب) $a = -\frac{\pi}{3}x$; $b = -\frac{\pi}{3}y$ ، (ج) $a = x(\sqrt{2} - \sqrt{3})$; $b = y(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ، (د) $a = -x(\sqrt{3} - 2)$; $b = -y(\sqrt{3} - 2)$

تمرين عدد 05: قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية: (أ) $b = 2\sqrt{5}$; $a = 3\sqrt{2}$ ،

(ب) $b = -\frac{8\sqrt{2}}{3}$; $a = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ، (ج) $b = 5\sqrt{7} + \sqrt{11}$; $a = 7\sqrt{5} + \sqrt{11}$ ، (د) $b = -13\sqrt{11} + 2\pi$; $a = 2\pi - 11\sqrt{13}$

تمرين عدد 06: نعتبر العددين $a = 5 + \sqrt{45} - \sqrt{245}$ و $b = |1 - \sqrt{7}| - |4\sqrt{7} - 2| + 4$

(أ) بين أن $a = 5 - 4\sqrt{5}$ و $b = 5 - 3\sqrt{7}$ ، (ب) قارن بين $-3\sqrt{7}$ و $-4\sqrt{5}$ ثم قارن a و b ثم استنتج مقارنة لـ $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$

تمرين عدد 07: نعتبر العددين $x = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$ و $y = (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

(أ) بين أن: $x = 3 - \sqrt{2}$ و $y = \sqrt{3}$ ، (ب) ما هي علامة العدد x ؟ علل جوابك ، (ج) بين أن $x^2 - y^2 = 2(4 - 3\sqrt{2})$

(د) قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$ ، (هـ) استنتج مقارنة للعددين x و y .

تمرين عدد 08: نعتبر العددين الحقيقيين بحيث $0 < x < 1$ و $-1 < y < 0$

(أ) ما هي علامة كل من العددين $x-1$ و $y+1$

(ب) قارن بين العددين $(\sqrt{5}-1)(x-1)$ و $(\sqrt{5}-2)(x-1)$ ثم بين العددين $-\frac{\pi}{3}(y+1)$ و $-\frac{\pi}{2}(y+1)$

(ج) قارن بين العددين $x(y+1)$ و $x(x-1)$

(د) رتب تصاعدياً الأعداد: x ; x^2 ; x^3 ; x^4

(هـ) استنتج ترتيباً تصاعدياً للأعداد $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{x^2}$; $\frac{1}{x^3}$; $\frac{1}{x^4}$ ثم ترتيباً تصاعدياً للأعداد $\frac{-y}{x}$; $\frac{-y}{x^2}$; $\frac{-y}{x^3}$; $\frac{-y}{x^4}$

تمرين عدد 09:

(أ) رتب تصاعدياً الأعداد: $5\sqrt{3}$; $2\sqrt{7}$; $3\sqrt{5}$

(ب) رتب تصاعدياً: $\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$; $\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$; $\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$

(ج) استنتج ترتيباً تصاعدياً للأعداد: $\frac{1}{\sqrt{2}-3\sqrt{5}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}-2\sqrt{7}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}-5\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$

تمرين عدد 10: a و b عدنان حقيقيان. (أ) انشر $(a-b)^2$ ، (ب) بين أن $a^2 + b^2 \geq 2ab$

(ج) استنتج أن $a^2 + 2 \geq 2\sqrt{2}a$ و $a^2 + 3 \geq 2\sqrt{3}a$ (د) بين أن: $(a^2 + 3)\sqrt{2} + (a^2 + 2)\sqrt{3} \geq 4\sqrt{6}a$

تمرين عدد 11:

a و b عدنان حقيقيان بحيث $0 < a < 1$ و $b > 1$

(أ) بين أن $\frac{a}{1+b} < \frac{b}{1+a}$ ، (ب) انشر $(a-b)^2$ ثم قارن بين العددين $\frac{a+b}{4}$ و $\frac{ab}{a+b}$

تمرين عدد 12: a ، b و c ثلاثة أعداد حقيقية.

(أ) انشر ثم اختصر $(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$ ، (ب) ما هي علامة $(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$

(ج) بين أن $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ ، (د) استنتج أن $\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15} \leq 10$

تمرين عدد 13: x و y عدنان حقيقيان بحيث $0 < x < \sqrt{2}$ و $0 < y < \sqrt{3}$

(أ) بين أن $\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 1} < \sqrt{2}$ ، (ب) بين أن $\frac{3}{\sqrt{6-y^2}} < \sqrt{3}$

تمرين عدد 14: x و y عدنان حقيقيان موجبان قطعاً.

(أ) انشر $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ ، (ب) بين أن $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ ، (ج) بين أن $\sqrt{x+y} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \geq 2\sqrt{2}$

تمرين عدد 15: a و b عدنان موجبان قطعاً بحيث $a \leq b \leq 1$

(أ) بين أن $ab - 1 \leq 0$ ، (ب) قارن بين $\frac{1}{a} + a$ و $\frac{1}{b} + b$

(ج) استنتج مقارنة للعددين: $x = 0.999998 + \frac{1}{0.999998}$ و $y = 0.999999 + \frac{1}{0.999999}$

تمرين عدد 16: x و y عدنان حقيقيان موجبان قطعاً بحيث $x < y$

(1) بين أن $\frac{x^2}{y^2} < \frac{x}{y} < \frac{x+y^2}{y+x^2}$

(2) ليكن p عدداً صحيحاً طبيعياً مخالفاً للصفر ولواحد.

(أ) انشر $(p+1)^2$ و $(p-1)^2$ ، (ب) بين أن $\frac{p^2-2p+1}{p^2+2p+1} < \frac{p-1}{p+1} < \frac{p^2+3p}{p^2-p+2}$

تمرين عدد 17: a و b عدنان حقيقيان حيث $0 < a \leq b \leq 2a$

(1) بين أن $(a-b)(2a-b) \leq 0$ ، (2) انشر $(a\sqrt{2}-b)^2$ و $(a-b)(2a-b)$

(3) نعتبر العبارة $A = \frac{2a^2+b^2}{3ab}$ بين أن $\frac{2\sqrt{2}}{3} \leq A \leq 1$

تمرين عدد 18: n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

(1) رتب تصاعدياً الأعداد: $\frac{1}{n}$ ، $\frac{1}{n+1}$ ، $\frac{1}{n+2}$ و $\frac{1}{n+3}$

(2) بين أن $\frac{4}{n+3} < \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} < \frac{4}{n}$

(3) استنتج أن: $0.03 < \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} < 0.04$

تمرين عدد 19: a عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر ولواحد.

(أ) بين $\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a} = \frac{1}{a(a-1)}$ ، (ب) بين أن $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)}$ ، (ج) استنتج أن $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{99}{100}$

تمرين عدد 20: n عدد صحيح طبيعي.

(أ) قارن بين العددين $\frac{n}{n+1}$ و $\frac{n+1}{n+2}$

(ب) قارن بين العددين $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \dots \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{22} \times \frac{23}{24}$ و $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \dots \times \frac{20}{21} \times \frac{22}{23} \times \frac{24}{25}$

(ج) احسب $A \times B$ ، (د) بين أن $B < 2A$ ، (هـ) استنتج أن $\frac{\sqrt{2}}{10} < A < \frac{1}{5} < B < 1$

مراجعة عامة

إذا كان a و b عددين حقيقيين فإن: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ، $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

التمارين

تمرين عدد 01:

احسب: $(2\sqrt{3}-3)^2$ ، $(3+2\sqrt{2})^2$ ، $(3\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)$ ، $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ، $(1-\sqrt{3})^2$ ، $(\sqrt{2}+1)^2$
 $[2-\sqrt{2}+\sqrt{3}][2+\sqrt{2}-\sqrt{3}]$ ، $[\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})][\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})]$ ، $[1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})][1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})]$

تمرين عدد 02: ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

(1) إذا كان x و y عددين حقيقيين فإن: $\boxtimes (x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ ، $\boxtimes (x+y)(x-y) = x^2 + y^2$ ، $\boxtimes (x-y)^2 = x^2 + y^2$

(2) إذا كان $a = 99 \times 101$ و $b = 100$ فإن: $\boxtimes a = b^2 - 1$ ، $\boxtimes a = b^2 + 1$ ، $\boxtimes a = b - 1$

(3) إذا كان $C = \frac{2}{3} - (a+7) - \left(\frac{5}{3} - b\right)$ و $a - b = -8$ فإن: $\boxtimes C = -16$ ، $\boxtimes C = 0$ ، $\boxtimes C = 16$

تمرين عدد 03:

(1) انشر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{R}$: $(x+1)(x-1)$; $(x-1)^2$; $(x+1)^2$

(2) احسب إذن: 101^2 ; 99^2 ; 101×99

تمرين عدد 04:

انشر ثم اختصر كل من العبارات التالية: $(2x - \sqrt{2})(2x + \sqrt{2})$ ، $(x + \sqrt{5})^2$ ، $(\sqrt{7} - x)^2$ ، $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2$

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2x - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2x + \sqrt{5})$ ، $(x - \sqrt{2} + \sqrt{3})(x + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ ، $(x^3 - 1)(x^3 + 1)$ ، $(x^2 + 2)^2$

تمرين عدد 05:

فكك إلى جذاء عوامل: $x^2 - 4x + 4$; $x^2 + 6x + 9$; $x^2 - 9$; $x^2 - 1$

$\frac{1}{4}x^2 - x + 1$; $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$; $9x^2 - 12x + 4$; $4x^2 + 12x + 9$ ، $4x^4 - 25$; $x^2 + 2x + 1$;

$(x+1)^2 + 2(x+1) + 1$; $5x^2 - 3$; $x^4 + 2x^2 + 1$;

تمرين عدد 06:

أوجد كتابة للأعداد التالية مقامها عددا صحيحا: $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}$; $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$; $\frac{3}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$; $\frac{5}{\sqrt{3}}$

تمرين عدد 07: فكك إلى جذاء عوامل كل من العبارات التالية:

$B = x^2 - \frac{1}{4} + \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ ، $A = x^2 - 4x + 1 + (3x+1)(2x-1)$

$F = (x+1)^2 - 2y(x+1) + y^2 - x + y - 1$ و $C = (2x+3)(4x-1) + 4x^2 + 12x + 9$

تمرين عدد 08: احسب العبارات التالية حيث $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ و $a - b = \sqrt{2}$ و $a + b = \sqrt{3}$

$B = 2(a^2 - b^2) - a^2 + 2ab - b^2$ ، $A = a^2 + 2ab + b^2 - \sqrt{3}a - \sqrt{3}b$

$$D = b^2 - (a-1)^2 - \sqrt{3} + 1$$

$$C = (a - \sqrt{3})^2 - (b + \sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(b - a)$$

تمرين عدد 09: نعتبر العبارتين التاليتين $A = (x+y)^2 - 2xy$ و $B = (x-y)^2 + 2xy$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$.

(1) أثبت أن $A = B = x^2 + y^2$

(2) احسب إذن $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$ و $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{15}$

تمرين عدد 10: احسب:

$$e = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}{2 - 3\sqrt{2}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{3\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{7} + \sqrt{5}} \right)}, d = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + 2}, c = \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2} - \frac{\sqrt{3} - 2}{2 + \sqrt{3}}, b = \frac{1}{\sqrt{3} - 2} - \frac{1}{\sqrt{3} + 2}, a = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

تمرين عدد 11:

(1) اكتب في صيغة $(a+b)^2$ أو $(a-b)^2$ الأعداد التالية:

$$5 + 2\sqrt{6}; 5 - 2\sqrt{6}; 12 + 2\sqrt{35}; 11 - 6\sqrt{2};$$

$$27 + 10\sqrt{2}; 27 - 10\sqrt{2}; 14 + 4\sqrt{10}; 14 - 4\sqrt{10};$$

(2) أثبت أن: $\sqrt{14 - 4\sqrt{10}} + \sqrt{14 + 4\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$ و $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}} + \sqrt{27 - 10\sqrt{2}} = 10$

تمرين عدد 12: نعتبر العبارة التالية: $E = \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \left(\frac{a-b}{2} \right)^2$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$.

(1) أثبت أن: $E = ab$

(2) استنتج أن: $\left(\frac{3^{-39} + 3^{39}}{2} \right)^2 - \left(\frac{3^{-39} - 3^{39}}{2} \right)^2 = 1$ و $\left(\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{2} \right)^2 - \left(\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 10\sqrt{10}$

تمرين عدد 13: نعتبر العددين $x = \sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}}$ و $y = \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}}$

(1) احسب: xy ; $(x+y)^2$; $(x-y)^2$ (2) اختصر: $\frac{x+y}{x-y}$

تمرين عدد 14: نعتبر العبارتين: $A = \sqrt{b} - \sqrt{a}$ و $B = \sqrt{b} - a$ حيث $a \in \mathbb{R}_+$, $b \in \mathbb{R}_+$ و $a \leq b$.

(1) بين أن: $2\sqrt{a}(\sqrt{b} - \sqrt{a}) \geq 0$ (2) أثبت أن: $2A\sqrt{a} = 2(\sqrt{ab} - a)$ (3) بين أن: $B^2 - A^2 = 2A\sqrt{2}$

(4) قارن A و B ، (5) استنتج مقارنة للعددين $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ و $\sqrt{7 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

تمرين عدد 15: نعتبر العددين $a = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ و $b = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

(1) احسب: a^2 ; b^2 ; $a \times b$; (2) بين أن a مقلوب b ، (3) احسب $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$

(4) استنتج أن $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ وأن: $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 2$

تمرين عدد 16: نعتبر العبارتين $x = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}}$ و $y = \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$ حيث $a \in \mathbb{R}_+$, $b \in \mathbb{R}_+$ و $a > b$.

(1) بين أن $a > \sqrt{a^2 - b}$

(2) أثبت أن $x^2 + y^2 = a$ و $xy = \frac{\sqrt{b}}{2}$ ، (3) أثبت أن $x + y = \sqrt{a + \sqrt{b}}$ و $x - y = \sqrt{a - \sqrt{b}}$

(4) استنتج أن $\sqrt{\frac{7 + \sqrt{45}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{45}}{2}} = 3$ وأن $\sqrt{\frac{4 + \sqrt{7}}{2}} - \sqrt{\frac{4 - \sqrt{7}}{2}} = 1$

تمرين عدد 17: نعتبر العبارة التالية: $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right)^2$ حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$ ، $b \in \mathbb{R}_+^*$ و $\frac{1}{b} = a$

(1) أثبت أن $A = 2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ، (2) استنتج أن $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ، (3) احسب $\frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}}{5 + 2\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{5 - 2\sqrt{6}}$

تمرين عدد 18: نعتبر العددين الحقيقيين a و b بحيث $a = \sqrt{54} - \sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{20}$ و $b = \sqrt{600} - \sqrt{486} + \sqrt{5}$

(1) بين أن $a = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

(2) احسب الجداء ab ثم استنتج أن a مقلوب b

(3) احسب a^2 ؛ b^2

(4) استنتج $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

تمرين عدد 19:

(1) نعتبر العدد الحقيقي $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$. (أ) بين أن $a = 3\sqrt{5} - 1$ ، (ب) أثبت أن a عدد موجب

(2) ليكن العدد الحقيقي $b = 6 + 4\sqrt{5}$. (أ) احسب ab ، (ب) بين أن $(b - a)^2 = ab$ ، (ج) استنتج أن $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b - a}$

تمرين عدد 20:

(1) نعتبر العبارة $A = x^2 + 2x + \frac{8}{9}$

(أ) احسب A في حالة $x = 0$ ثم في حالة $x = -2$ ، (ب) بين أن $A = (x + 1)^2 - \frac{1}{9}$ ، (ج) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل.

(2) لتكن العبارة $B = 3x^2 + 5x + \frac{4}{3}$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) بين أن $B = (3x + 1)\left(x + \frac{4}{3}\right)$ ، (ب) في حالة $B \neq 0$ ، اختصر العبارة $\frac{A}{B}$

تمرين عدد 21: (1) نعتبر العبارة $A = x^2 - (29 - 4\sqrt{7})$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) اكتب العدد $29 - 4\sqrt{7}$ في صيغة $(a - b)^2$ ، (ب) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

(2) لتكن العبارة $B = 2(x + \sqrt{7})(x - 1 + 2\sqrt{7})$ حيث $x \in \mathbb{R}$. فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A + B$

تمرين عدد 22: (1) نعتبر العبارة $E = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a} + a - a\sqrt{a})$ حيث $a \in \mathbb{R}_+$

(أ) بين أن $E = 1 - a^2$

(ب) احسب العبارة E في حالة $a = \sqrt{2}$ ثم في حالة $a = 2\sqrt{3}$ ثم في حالة $a = \sqrt{5} + 1$ ثم في حالة $a = 3\sqrt{2} - 1$

(2) لتكن $F = a + 1 + 2\sqrt{a}$ حيث $a \in \mathbb{R}_+$

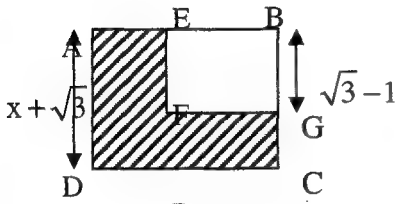
(أ) فكك العبارة F إلى جذاء عوامل ، (ب) اختصر العبارة $\frac{E}{F}$

تمرين عدد 23:

نعتبر العبارتين $A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$ و $B = \frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2]$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$

(1) بين أن $A = ab$ و $B = a^2 + b^2$

(2) احسب: $\left(\frac{1+5\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(\frac{1-5\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\right)^2$ ، $\left(\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2}\right)^2$

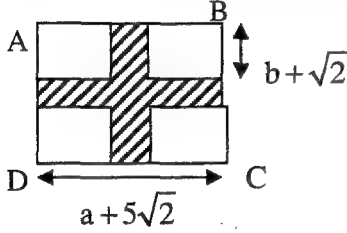


تمرين عدد 24: (وحدة القيس هي cm) في الشكل المقابل مربع ABCD

طوله ضلعه $x + \sqrt{3}$ و مربع طول ضلعه $\sqrt{3} - 1$.

(1) عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة

(2) احسب المساحة المشطوبة في حالة $x = \sqrt{3}$ ثم في حالة $x = \sqrt{3} + 1$



تمرين عدد 25:

(وحدة القيس هي cm)

(1) عبر بدلالة a و b عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل حيث ABCD مربع

طوله ضلعه $a + 5\sqrt{2}$.

(2) فكك النتيجة إلى جذاء عوامل.

(3) احسب المساحة المشطوبة في حالة $a = b = \sqrt{2}$ ثم في حالة $a = \sqrt{2} + 1$ و $b = \sqrt{2} - 1$

تمرين عدد 26: (وحدة القيس هي cm)

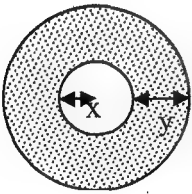
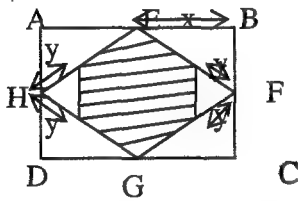
(1) عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل حيث ABCD مربع

و EFGH مربعو E منتصف [AB] ؛ F منتصف [BC] ؛ G منتصف [DC]

و H منتصف [AD]

(2) فكك النتيجة إلى جذاء عوامل.

(3) احسب المساحة المشطوبة في حالة $x = \sqrt{3} + 1$ و $y = \sqrt{3} - 1$



تمرين عدد 27: (وحدة القيس هي cm)

(1) عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

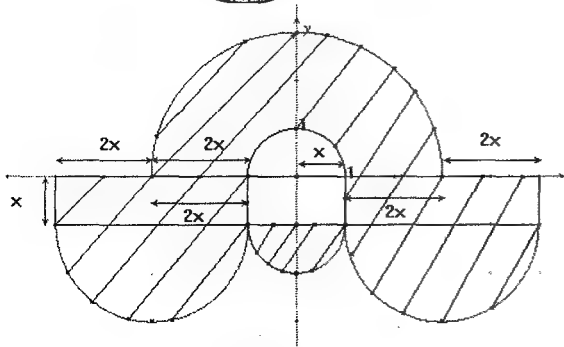
(2) فكك العبارة المتحصل عليها إلى جذاء عوامل.

تمرين عدد 28: (وحدة القيس هي cm)

بين أن المساحة المشطوبة في الشكل التالي تساوي

احسب المساحة المشطوبة في حالة $x = \sqrt{5}$ ثم في

حالة $x = \sqrt{11}$ (القيمة التقريبية لـ π تساوي 3.14)



تمرين عدد 29: نعتبر m و n عدنان صحيحان طبيعيان حيث $n \geq 3$ و $m \geq 3$ و a و b عدنان صحيحان طبيعيان حيث $a + \frac{1}{a} = \sqrt{n}$ و $b + \frac{1}{b} = \sqrt{m}$.

(1) انشر $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ ثم استنتج $a^2 + \frac{1}{a^2}$ بدلالة n .

(2) انشر $\left(b + \frac{1}{b}\right)^3$ ثم استنتج $b^3 + \frac{1}{b^3}$ بدلالة n .

(3) بين إذا كان $m = n$ فإن $a = b$ أو a مقلوب b .

تمرين عدد 30: x و y عدنان حقيقيان بحيث $x + y = 3$. بين أن $-2x^2 + 3y^2 \geq -54$.

تمرين عدد 31: x و y عدنان حقيقيان بحيث $\frac{x-y}{x+y} > 0$.

(1) انشر $\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right]^2$ ، (2) استنتج $\left[\sqrt{\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2}}\right]^2$

تمرين عدد 32: (1) انشر $(n+1)^2$ حيث $n \in \mathbb{N}$

(2) استنتج أن: $1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(3) احسب: $1-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+\dots+(2009)^2-(2010)^2$

تمرين عدد 33: نعتبر $A = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(1) بين أن $A^2 + A - 1 = 0$ ، (2) استنتج أن $\frac{1}{A} = A + 1$ ، (3) بين أن $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A+1}} + \frac{\sqrt{A+1}}{\sqrt{A}} = \sqrt{5}$

تمرين عدد 34: (1) $n \in \mathbb{N}$ ، أثبت أن $(1+n)^4 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$

(2) باستعمال السؤال عدد 1؛ جد p حيث $14641 = p^2$

تمرين عدد 35:

$x = \underbrace{999\dots999}_9$. ما هو مجموع الأرقام المكونة لـ x^2

100 مرة 9

تمرين عدد 36: (1) فكك إلى جذاء عوامل $x^8 - 1 - \frac{x^4}{4}$ و $x^2 - 1$

(2) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A = x^8 - 1 - \frac{x^4}{4}(x^2 + 1)(x^4 + 1)$ (3) استنتج أن $A \leq 0$

تمرين عدد 37: (1) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A = 4x^2 + (2x-1)(3x-4)$

(2) نعتبر العبارة $B = 2|1-x^2| - |3x-1| + 2$ حيث $x > 1$

(أ) أثبت أن $1 - x^2 < 0$ و $3x - 1 > 0$ ، (ب) أثبت أن $B = (2x-1)(x-1)$

(ج) فكك إلى جذاء عوامل $A - B$ ، (د) أثبت أن $A > B$

مراجعة عامة

- (1) كل مساواة تؤول كتابتها إلى $ax = b$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.
- (2) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$ ، إذا كان $a \leq x \leq b$ فإن $x \in [a; b]$ و $b - a$ هو مدى الحصر.
- (3) ليكن a, b, c, d أربعة أعداد حقيقية حيث $a \leq b$ و $c \leq d$ ، إذا كان $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$ فإن $a + c \leq x + y \leq b + d$
- (4) ليكن a, b, c, d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث $a \leq b$ و $c \leq d$ ، إذا كان $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$ فإن $ac \leq xy \leq bd$
- (5) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$: $a \leq x \leq b$ يعني $x \in [a; b]$ ، $a \leq x < b$ يعني $x \in [a; b[$ ، $x \geq a$ يعني $x \in [a; +\infty[$ ، $x > a$ يعني $x \in]a; +\infty[$ ، $x \leq b$ يعني $x \in]-\infty; b]$ ، $x < b$ يعني $x \in]-\infty; b[$
- (6) ليكن a عددا حقيقيا موجبا: $|x| \leq a$ يعني $x \in [-a; a]$ ، $|x| < a$ يعني $x \in]-a; -a[$ ، $|x| \geq a$ يعني $x \in]-\infty; -a[\cup]a; +\infty[$ ، $|x| > a$ يعني $x \in]-\infty; -a[\cup]a; +\infty[$
- (7) كل لا مساواة تؤول كتابتها إلى $ax + b \leq 0$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى مترجمة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية

التمارين

تمرين عدد 01:

أجب بـ: "صحيح" أو بـ: "خطأ":

(أ) العدد $\left(-\frac{1}{4}\right)$ حل للمعادلة $-2x + 1 = \frac{3}{2}$ في المجموعة \mathbb{R}

(ب) العدد (-4) حل للمعادلة $\frac{1}{2}x + 1 = x - 1$ في المجموعة \mathbb{R}

(ج) العدد $\left(-\frac{5}{6}\right)$ حل للمعادلة $2x + \frac{1}{2} = x - \frac{1}{3}$ في المجموعة \mathbb{Z}

(د) العدد (-17) حل للمعادلة $x + 17 = 0$ في المجموعة \mathbb{N}

(هـ) العدد $\sqrt{5}$ حل للمعادلة $x - \sqrt{5} = 0$ في المجموعة \mathbb{Q}

(و) العدد $(-\sqrt{3})$ حل للمعادلة $x^2 - 3 = 0$ في المجموعة \mathbb{R}

(ي) العدد $(-\pi)$ حل للمعادلة $x + \pi$ في المجموعة \mathbb{Q}

(ز) العدد (-1) حل للمعادلة $x^2 + 2x + 1$ في المجموعة \mathbb{Z}

(ع) المعادلة $x^2 - 9$ لها حل في المجموعة \mathbb{N}

تمرين عدد 02: حل كلاً من المعادلات التالية في \mathbb{R} : $3x + 2 = 0$ ؛ $\frac{5}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x$ ؛ $2x - \sqrt{5} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ ؛

$2(x - \pi) = x - 3\pi$ ؛ $2x + 3\sqrt{3} = \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

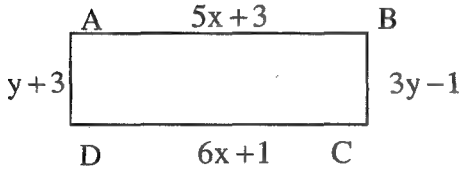
تمرين عدد 03: حل كلاً من المعادلات التالية في \mathbb{Q} :

$$3\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{4}(x-1) ; \frac{1}{3}(x-1)=\frac{1}{5}x ; 3\pi-x=2x-\pi ; \frac{5}{2}x-2=-x+\frac{1}{4} ; \frac{\sqrt{3}}{5}x=1$$

تمرين عدد 04: حل كلاً من المعادلات التالية في \mathbb{Z} :

$$-3(\pi-x)=-\pi+x ; \frac{-2x+4}{\sqrt{5}}=-2\sqrt{5} ; \frac{\sqrt{3}}{2}x+1=\sqrt{3}+1 ; -2x+3=13 ; -\frac{5}{7}x=\frac{2}{7}$$

تمرين عدد 05: أوجد خمسة أعداد صحيحة طبيعية فردية متتالية قيس مجموعهم يساوي 925

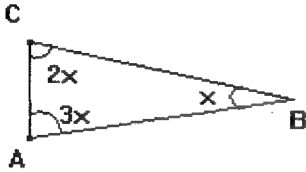


تمرين عدد 06:

أوجد أبعاد المستطيل ABCD الممثل بالشكل المقابل

تمرين عدد 07: أوجد العدد الحقيقي الذي إذا أضفنا

إليه نصفه ثم ثلثه ثم رבעه تحصلنا على سدسه زائد واحد.



تمرين عدد 08:

أوجد أقيسة زوايا المثلث ABC. ما هي طبيعة هذا المثلث؟

تمرين عدد 09:

ما هو العدد الذي إذا أضفناه إلى بسط ومقام العدد الحقيقي $\frac{3}{2}$ نتحصل على $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين عدد 10: تسلم يوسف مبلغاً من المال من أبيه لشراء بعض قصص المطالعة. عند دخوله إلى المكتبة لاحظ أن جميع القصص التي يريد لها نفس الثمن وأنه إذا اشترى أربع قصص يبقى لديه 2.500 د وإذا اشترى سبع قصص يصبح مدانا بـ 1.400 د. ابحث عن ثمن القصة الواحدة ثم استنتج قيمة المال الذي يملكه يوسف.

تمرين عدد 11: ثلاثة ورثة تقاسموا تركة أبيهم على النحو التالي: * نصيب الثاني $\frac{5}{6}$ نصيب الأول زائد 150 د.

* نصيب الثالث $\frac{2}{3}$ نصيب الأول ناقص 80 د. إذا علمت أن نصيب الثاني يفوق نصيب الثالث بـ 5800 د.

حدد نصيب كل وريث ثم قيمة التركة.

تمرين عدد 12: حل في \mathbb{R} كلاً من المعادلات التالية:

$$\sqrt{5}x\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)=0 ; (x-\pi)(x+\sqrt{2})=0 ; \frac{2\pi}{3}x(x-\pi)=0 ; \frac{5\sqrt{2}}{3}(x-\sqrt{3})=0$$

$$(3\sqrt{11}-x)^3=0 ; (3x+\sqrt{7})^2=0 ; \frac{2\sqrt{3}-x}{\sqrt{5}}=0$$

حل في \mathbb{R} كلاً من المعادلات التالية:

$$(x+\sqrt{2})^2=(x+1)^2 ; \frac{x^2+2\sqrt{3}x}{3}=-1 ; 4x^2-4x+1=0 ; 4x^2-5=0 ; x^2=9$$

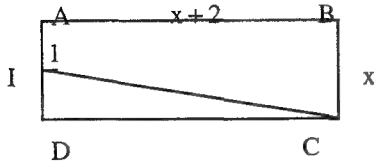
تمرين عدد 14:

حل في IR كلاً من المعادلات التالية:

$$(x+2)(x+3)+(x+2)(x-1)=0 \quad ; \quad |2x+1|=|x-2| \quad ; \quad \sqrt{3x^2+1}=\sqrt{x^2+3}$$

$$(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3x-3\sqrt{3}=0 \quad ; \quad x^2-2x+1=x^2+2\sqrt{2}x+2 \quad ; \quad x^2-1+(x-2)(x+1)=0$$

$$(x^2-4)^2+(x-2)^2=0 \quad ; \quad x^2+1=0$$

تمرين عدد 15:في الشكل المقابل يمثل ABCD مستطيلاً حيث $AB=x+2$ و $AD=x$ لتكن I نقطة من [AD] حيث $AI=1$.

ابحث عن العدد الحقيقي x بحيث تكون مساحة المثلث

تساوي ثلث مساحة المستطيل ABCD

تمرين عدد 16:نعتبر العبارة $B=x^2-2\sqrt{2}x-1$ حيث $x \in \mathbb{R}$.(أ) احسب B في حالة $x=-\sqrt{2}$ ثم في حالة $x=\sqrt{2}+1$ (ب) بين أن $B=(x-\sqrt{2})^2-3$

(ج) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل

(د) حل في IR المعادلة $B=0$ (هـ) حل في IR المعادلة $B-(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{2}+\sqrt{3})=0$ **تمرين عدد 17:**

(1) فكك إلى جذاء عوامل أولية العدد 468

(2) حل في IN المعادلة $n^2(2n+1)=468$ **تمرين عدد 18:**(1) بين أن: $\frac{6x^2-x+92}{3x+1}=2x-1+\frac{93}{3x+1}$ حيث $x \neq -\frac{1}{3}$ (2) أوجد D_{93} مجموعة قواسم العدد 93(ب) أوجد مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية المخالفة للصفر n حيث $\frac{6n^2-n+92}{3n+1} \in \mathbb{N}$ **تمرين عدد 19:**x و y عدنان حقيقيان حيث $2 \leq x \leq 5$ و $1 \leq y \leq 7$ (1) أوجد حصراً للأعداد: $3x-2y$; $-2y$; $x-y$; $-y$; $4x-1$; $3x+5y$; $5y$; $3x$; xy ; $x+y$ (2) أوجد حصراً لـ: x^2 ; y^2 ; $x(x+y)$; $y(x+y)$ (3) أوجد حصراً لـ: $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$; $\frac{x}{y}$; $\frac{y}{x}$ **تمرين عدد 20:**نعتبر العددين $\sqrt{3}=1.732.....$ و $\sqrt{7}=2.645.....$ (1) أوجد حصراً لكل من $\sqrt{3}$ و $\sqrt{7}$ مدى كل منهما 10^{-2} (2) استنتج حصراً لكل من $\sqrt{3}+\sqrt{7}$; $\sqrt{7}-\sqrt{3}$; $\sqrt{21}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ (3) أوجد حصراً لـ: $\sqrt{28}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{63}+\sqrt{27}$; $\sqrt{12} \times \sqrt{28}$ **تمرين عدد 21:**نعتبر العبارة $A=(x+1)^2-4$ حيث $2 \leq x \leq 5$

(1) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

(2) استنتج حصراً للعبارة A

تمرين عدد 22: نعتبر العبارة $B = 1 - x + \frac{x^2}{1+x}$ حيث $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$

(1) بين أن: $B = \frac{1}{1+x}$

(2) أوجد حصرا للعبارة B

تمرين عدد 23: ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح الصحيح:

(1) إذا كان $-2 < x < 3$ فإن: $\boxtimes x \in [-2; 3]$ ، $\boxtimes x \in [-2; 3[$ ، $\boxtimes x \in]-2; 3]$ ، $\boxtimes x \in]-2; 3[$

(2) إذا كان $-\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{5}{3}$ فإن: $\boxtimes y \in [-\frac{3}{2}; \frac{5}{3}]$ ، $\boxtimes y \in [-\frac{3}{2}; \frac{5}{3}[$ ، $\boxtimes y \in]-\frac{3}{2}; \frac{5}{3}]$ ، $\boxtimes y \in]-\frac{3}{2}; \frac{5}{3}[$

(3) إذا كان $x \leq 2$ فإن: $\boxtimes x \in]-\infty; 2]$ ، $\boxtimes x \in [2; +\infty[$ ، $\boxtimes x \in]-\infty; 2[$ ، $\boxtimes x \in [2; +\infty]$

(4) إذا كان $|y| \leq \sqrt{3}$ فإن: $\boxtimes y \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ ، $\boxtimes y \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$ ، $\boxtimes y \in]-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ ، $\boxtimes y \in]-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$

(5) إذا كان $|x| \geq \sqrt{2}$ فإن:

$\boxtimes x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ ، $\boxtimes x \in]-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty[$ ، $\boxtimes x \in [\sqrt{2}; +\infty[$ ، $\boxtimes x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

تمرين عدد 24: نعتبر العددين x و y حيث $x \in [-6; -4]$ و $y \in [1; 3]$

(1) أوجد حصرا لكل من x^2 و $(xy)^2$

(2) (أ) بين أن $x+y \neq 0$ ، (ب) بين أن $\frac{-2x-y}{x+y} = -2 + \frac{y}{x+y}$ ؛ (ج) أوجد حصرا $\frac{-2x-y}{x+y}$

تمرين عدد 25: نعتبر المجالات التالية $I = [\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$ ؛ $J =]-2; +\infty[$ ؛ $K = [-3; \frac{3}{2}]$

(1) أكمل بـ: \in ؛ \notin ؛ \subset أو $\not\subset$: $\sqrt{2} \dots I$ ؛ $-2 \dots J$ ؛ $-\sqrt{2} \dots K$ ؛ $\{1; \frac{3}{4}; \frac{3}{2}\} \dots I$ ؛ $]-3; \frac{3}{2}[\dots K$

(2) مثل المجالات I و J و K على نفس المستقيم العددي (بالوان مختلفة)

(3) أوجد المجموعات التالية: $I \cup J$ ؛ $I \cup K$ ؛ $I \cap K$ ؛ $K \cap J$ ؛ $I \cap J$

تمرين عدد 26: x عدد حقيقي بحيث $x \in [5; 3\sqrt{7}]$

(1) أوجد حصرا لكل من $x - 3\sqrt{7}$ و $3x - 15$ ؛ (2) اختصر إذن العبارة: $A = |3x - 15| - |x - 3\sqrt{7}| + 3\sqrt{7}$

تمرين عدد 27: نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \in [-5; -2]$ و $b \in [1; 3]$

(1) أوجد حصرا لكل من $1 - b$ ؛ $2a - 1$ ؛ $2a - b$

(2) اختصر إذن العبارة: $E = \sqrt{(2a-1)^2} - \sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

تمرين عدد 28:

نعتبر العبارة $F = \frac{1}{(x+y)^2} \left[\frac{x^2+y^2}{x^2y^2} \right] + \frac{2}{(x+y)^2} \left(\frac{x+y}{xy} \right)$ حيث $x \in [-4; -1]$ و $y \in [3; 4]$ ، $x+y \neq 0$

(1) بين أن: $F = \frac{1}{x^2y^2}$

(2) أوجد حصرا لكل من x^2 ; y^2 ; F و \sqrt{F} ، 3 (أوجد حصرا لكل من $x^2 - y^2$; $\frac{-1}{xy}$ و $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$)

تمرين عدد 29: حل في IR كلاً من المترجمات التالية: $x + \sqrt{2} \leq 0$; $\pi x > 1$; $-\frac{5}{2}x \geq 0$; $-x\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

$-\frac{5}{2}x + 1 \leq -2$; $3x - \frac{1}{2} > x + 1$; $\frac{2x+1}{3} + \frac{3x-2}{2} \geq \frac{x+1}{6}$; $\frac{1}{4}x - 1 \geq 2\left(\frac{1}{8}x - 1\right)$; $\frac{1}{3}(6x-1) \leq 2(x-3)$

تمرين عدد 30: حل في IR كلاً من المترجمات التالية:

$$(x-2)^2 \leq x^2 + 2 \quad ; \quad \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 > (x-1)^2 \quad ; \quad (x-\sqrt{2})^2 - (x-1)(x+1) \geq x$$

تمرين عدد 31:

(1) نعتبر العبارة $A = (3x+1)^2$ حيث $x \in \mathbb{R}$ ؛ أ) احسب A في حالة $x=0$ ثم في حالة $x = -\frac{1}{3}$

(ب) أوجد حصرا لـ $3x+1$ ثم لـ A إذا علمت أن $x \in [0;1]$ ؛ (ج) حل في IR المعادلة $(3x+1)^2 = 1$

(2) نعتبر العبارة $B = 9x^2 - 1$ حيث $x \in \mathbb{R}$ ؛ أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة B

(ب) بين أن $A - B = 2(3x+1)$ ، (ج) حل في IR المترجمة $A - B > 0$ ومثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

تمرين عدد 32: نعتبر العبارة $A = 4x^2 - 12x + 10$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(1) بين أن $A = (2x-3)^2 + 1$

(2) حل في IR المعادلة $A = 1$

(3) حل في IR المترجمة $A \geq 4x^2 - 3x + 1$

تمرين عدد 33: نعتبر العبارة $B = -6x^2 + 11x - 3$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(1) بين أن $A = (3x-1)(-2x+3)$

(2) حل في IR المعادلة $B = 0$ ثم $B = -3$

(3) حل في IR المترجمة $B \geq (3x-1)^2 - 5x(3x-1)$

تمرين عدد 34: في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 10

لتكن M و N نقطتين من [AB] و [AD] على التوالي حيث $AM = AN = x$

و $x \in]0;10[$. نعتبر $S(x)$ مساحة المثلث MNC.

(1) أثبت أن $S(x) = \frac{20x - x^2}{2}$

(2) أ) بين أن $-x^2 + 20x - 100 < 0$

(ب) استنتج أن مساحة المثلث MNC أصغر من نصف مساحة المربع ABCD.

(3) أ) بين أن $x^2 - 20x + 36 = (x-2)(x-18)$

(ب) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث $S(x) > 18$.

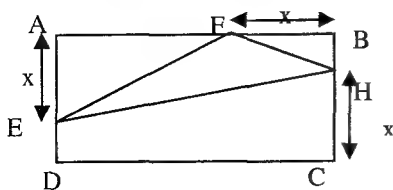
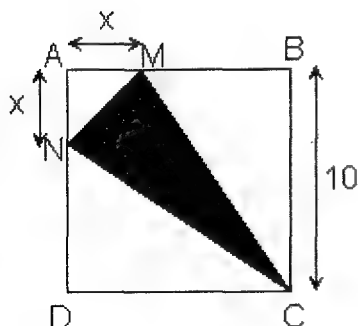
تمرين عدد 35: في الشكل المقابل ABCD مستطيل حيث

$AE = BF = CH = x$; $AD = 4$; $AB = 6$

و E مختلفة عن A و D

(1) احسب بدلالة x مساحتي المثلثين AEF و BFH ثم مساحة شبه

المنحرف EDCH



(2) نعتبر $A(x)$ مساحة المثلث EFH

(أ) احسب بدلالة x المساحة $A(x)$

(ب) بين أن $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$

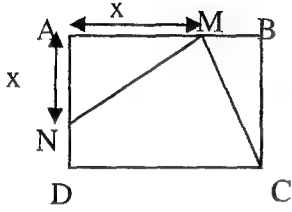
(ج) حدد مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $A(x) \leq 8$

تمرين عدد 36: في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 2

لتكن $M \in [AB]$ و $N \in [AD]$ حيث $AM = AN = x$ و M مختلفة عن A و B .

(1) إلى أي مجال ينتمي العدد x ؟

(2) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث يكون $MN \geq CM$



تمرين عدد 37: في الشكل المقابل BMC مثلث قائم في B و MATH

مربع حيث $AB = 6$; $BC = x$

و $BM = 2BC$ ، نعتبر A_1 و A_2 مساحتي كل من المثلث MBC والمربع

MATH على التوالي.

(1) إلى أي مجال ينتمي العدد x ؟

(2) بين أن $A_1 - A_2 = (3x-6)(6-x)$

(3) حدد علامة الجداء $(3x-6)(6-x)$

(4) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث يكون $A_1 > A_2$

تمرين عدد 38: في الشكل المقابل ABC مثلث قائم في B و FMEB مستطيل حيث $AB = 4$; $BC = 8$

و $AF = x$ و M مختلفة عن A و C . نعتبر $A(x)$ مساحة المستطيل FMEB.

(1) احسب AC ثم احسب مساحة المثلث ABC.

(2) بين أن $MF = 2x$

(ب) بين أن $A(x) = 8x - 2x^2$

(ج) أثبت أن $8x - 2x^2 = 8 - 2(x-2)^2$ ؛

(د) حدد مجموعة الإعداد الحقيقية x بحيث تكون $A(x) \geq 6$.

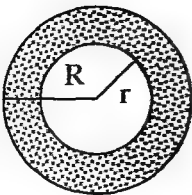
تمرين عدد 39: ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $|a| < 3$ و $|b| < 3$

(1) أثبت أن $ab + 9 \neq 0$

(2) (أ) أثبت أن $(a-3)(b-3) = ab + 9 - 3(a+b)$ ، (ب) استنتج أن $\frac{a+b}{ab+9} < \frac{1}{3}$

تمرين عدد 40: $0.61 < r < 0.62$ و $1.25 < R < 426$

إذا علمت أن $3.14 < \pi < 3.15$ ، أثبت أن المساحة الملونة محصورة بين 3.69 و 3.83



مراجعة عامة

السلسلة الإحصائية المنقطعة:

- 1- مدى سلسلة إحصائية منقطعة هو الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة فيها
- 2- المنوال في سلسلة إحصائية منقطعة هو القيمة أو القيم ذات التكرار الأكبر
- 3- المعدل الحسابي لسلسلة إحصائية منقطعة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة
- 4- لإيجاد موّسط سلسلة إحصائية منقطعة ذات ميزة كمية ؛ نرتّب قيمها تصاعديًا أو تنازليًا و يكون الموّسط هو :

-القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديًا

-المعدل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2} + 1$ و $\frac{N}{2}$ إذا كان N عددا زوجيًا

السلسلة الإحصائية المسترسلة:

- 1- مدى سلسلة إحصائية مسترسلة هو الفرق بين الطرف الأصغر في الفئة الأولى و الطرف الأكبر في الفئة الأخيرة
- 2- إذا كانت كل الفئات متساوية المدى فإن المنوال (أو الفئة المنول) هي كل فئة لها التكرار الأكبر
- 3- مركز الفئة هو المعدل الحسابي لطرفيها
- 4- المعدل الحسابي لسلسلة إحصائية مسترسلة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل مركز فئة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة
- التكرارات التراكمية و التواترات التراكمية:
- 1- التكرار التراكمي الصّاعد الموافق لقيمة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأصغر أو المساوية لها
- 2- التكرار التراكمي النازل الموافق لقيمة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لها
- 3- التواتر التراكمي هو ناتج قسمة التكرار التراكمي على التكرار الجملي
- 4- التواتر التراكمي بالنسبة المئوية يساوي ناتج ضرب التواتر التراكمي في 100
- 5- موّسط سلسلة إحصائية مسترسلة تكرر ها الجملي N هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التكرارات التراكمية والتي ترتيبها $\frac{N}{2}$ إذا كان N عددا زوجيًا أو $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديًا
- 6- موّسط سلسلة إحصائية مسترسلة هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التواترات التراكمية و التي ترتيبها 0,5 (أو 50% إذا كانت التواترات بالنسبة المئوية)

التمارين

تمرين عدد 01: في ما يلي معدلات 18 تلميذ في مادة الرياضيات:

19 ، 09 ، 10 ، 14 ، 15 ، 06 ، 12 ، 15 ، 06 ، 12 ، 14 ، 15 ، 06 ، 10 ، 08 ، 08 ، 10 ، 12 ، 08 ، 13.

(1) رتب الأعداد تصاعديا. ، (2) ما هو موّسط السلسلة الإحصائية. ، (3) ما هو معدل السلسلة الإحصائية.

تمرين عدد 02: في ما يلي معدلات 15 تلميذ في مادة الرياضيات:

10 ، 17 ، 05 ، 12 ، 16 ، 15 ، 11 ، 14 ، 12 ، 06 ، 12 ، 07 ، 06 ، 15 ، 08.

(1) رتب الأعداد تنازليا ، (2) ما هو موّسط السلسلة الإحصائية؟

(3) ما هو معدل السلسلة الإحصائية؟ ، (4) ما هي الميزة المدروسة؟

تمرين عدد 03: في ما يلي طول مواليد بحساب (صم):

الطول (صم)	40	45	50	55
التكرار	1	14	15	10

- (1) ما هو عدد المواليد؟ ؛ (ب) ما هي مجموعة الإحصاء ونوعية الميزة المدروسة.
- (2) ارسم مخطط العصيات ومضلع التكرارات.
- (3) (أ) ارسم جدول التواترات التراكمية النازلة ؛ (ب) ارسم مضلع التواترات التراكمية النازلة.
- (ج) ما هو متوسط هذه السلسلة الإحصائية
- (د) ما هي النسبة المئوية لعدد المواليد الذين لهم طول يساوي أو يفوق 50 صم.
- (4) ما هو معدل هذه السلسلة الإحصائية.

تمرين عدد 04: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a ، b و c .
يمثل الجدول التالي معدل 15 تلميذ في مادة الرياضيات ضمن قسم السنة التاسعة أساسي:

المعدل	6	8	12	14	18
التكرار	4	3	5	2	1

- (1) الوحدة الإحصائية: (a) : التلميذ ، (b) : المعدل ، (c) : قسم 9 أساسي
 - (2) الميزة المدروسة: (a) : التلميذ ، (b) : المعدل ، (c) : قسم 9 أساسي
 - (3) طبيعة الميزة المدروسة: (a) : كمية كيفية ، (b) : كمية مسترسلة ، (c) : كمية منقطعة
- تمرين عدد 05:** أجب بصواب أو خطأ: سلسلة إحصائية تهتم بدراسة فصيلة الدم إذن الميزة المدروسة هي:
- (1) كمية ، (2) كمية

تمرين عدد 06: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a ، b و c .
يمثل الجدول التالي الأجر اليومي لـ 35 عامل بإحدى الشركات:

الأجر بالدينار	[10;15[[15;20[[20;25[[25;30[
التكرار	5	10	18	02

- (1) منوال السلسلة الإحصائية: (a) : [20;25[، (b) : 18 ، (c) : [15;20[
- (2) مجموعة الإحصاء: (a) : الأجور ، (b) : 35 عامل ، (c) : الشركة
- (3) الميزة: (a) : الأجور ، (b) : 35 عامل ، (c) : الشركة
- (4) السلسلة الإحصائية المدروسة تتعلق

(a) : ميزة كمية منقطعة ، (b) : ميزة كمية مسترسلة ، (c) : ميزة كمية

تمرين عدد 07: يمثل الجدول التالي عدد الساعات التي يقضيها شخص في العمل خلال اليوم:

عدد الساعات	دون 2	من 2 إلى 4	من 4 إلى 6	من 6 إلى 8	من 8 إلى 10	من 10 إلى 12	من 12 إلى 14
عدد الأشخاص	2	8	14	30	50	70	20

- (1) حدد مجموعة الإحصاء وطبيعة الميزة المدروسة ونوعيتها.
- (2) ما منوال وما مدى هذه السلسلة الإحصائية ؟
- (3) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التكرارات.
- (4) كون جدول التواترات بالنسبة المئوية والتواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية.
- (5) (أ) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية.
- (ب) ما هو متوسط هذه السلسلة؟
- (ج) ما هي النسبة المئوية للأشخاص الذين يقضون أقل من 6 ساعات عمل في اليوم؟

تمرين عدد 08:

يمثل الجدول التالي الأعداد التي تحصل عليها 25 تلميذ في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات:

18	15	12	10	9	7	العدد من 20
1	5	8	6	3	2	عدد التلاميذ
						التواترات بالنسبة المئوية
						التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية

- أكمل الجدول ؛ (2) احسب معدل القسم في هذا الفرض ؛ (3) احسب مدى هذه السلسلة الإحصائية
 - ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائية؟
 - ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية
- تمرين عدد 09:** بين الجدول التالي وزن 80 مولود بحساب الكلف:

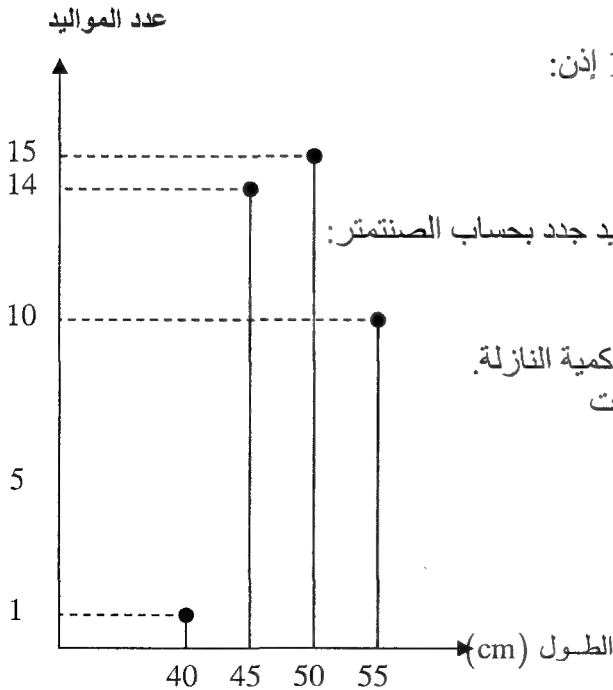
4.5	3.5	3	2.5	الوزن Kg
7	18	25	30	التكرار

- كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة الموافق للجدول.
 - مثل بمخطط العصيات التكرارات التراكمية الصاعدة بالنسبة إلى وزن المواليد.
 - ارسم مخطط التكرارات التراكمية الصاعدة.
 - احسب M_e متوسط السلسلة ، (5) احسب M معدل السلسلة
 - ما هي النسبة المئوية للمواليد الذين لهم طول أكثر أو يساوي 3.5 كلف؟
- تمرين عدد 10:** أجب بصواب أو خطأ:

موسط سلسلة إحصائية تهتم بمعدل التلاميذ في 9 أساسي هو 11 إذن:

- 50% من التلاميذ لهم معدل : 11.
- 50% من التلاميذ لهم معدل أقل أو يساوي : 11.
- أكثر من 50% من التلاميذ تحصلوا على المعدل.

تمرين عدد 11: يمثل مخطط العصيات التالي طول مواليد جدد بحساب الصنتمتر:



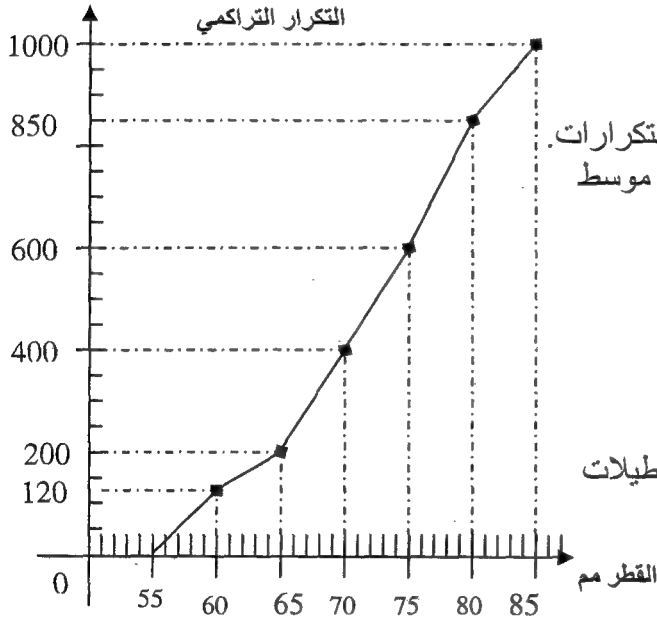
- احسب عدد المواليد. (2) احسب M معدل طول المواليد.
- احسب النسبة المئوية لعدد المواليد الذين تجاوزوا 50cm
- ارسم جدول التكرارات التراكمية الصاعدة والتكرارات التراكمية النازلة.
- ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة ومضلع التكرارات التراكمية النازلة.
- حدد موسط هذه السلسلة الإحصائية.

تمرين عدد 12: في ما يلي قيس طول 20 تلميذ بحساب الصنمتر:

157، 168، 163، 152، 165، 168، 155، 160، 154، 150، 159، 160، 169، 167، 164، 163، 157، 158، 161، 162

(1) ما هي نوعية الميزة المدروسة وطبيعتها ؟ (2) أكمل الجدول التالي:

الطول	[150;155[[155;160[[160;165[[165;170[
عدد التلاميذ				
التكرار التراكمي				
الصاعد				



(3) ما هو عدد التلاميذ الذين يفوق طولهم 160 سم؟

(4) ما مدى وما منوال هذه السلسلة ؟

(5) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التكرارات.

(6) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة وحدد متوسط السلسلة.

تمرين عدد 13:

لاحظ المخطط التالي:

(1) استخرج متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

(2) مثل التكرار التراكمي الصاعد بمخطط المستطيلات

(3) أكمل الجدول التالي:

القطر mm	[55;60[[60;65[[65;70[[70;75[[75;80[[80;85[
التكرارات	120					
التكرار التراكمي الصاعد	120	200				

(4) ما مدى وما منوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

(5) ما هو معدل هذه السلسلة الإحصائية ؟

(6) (أ) ما هي النسبة المئوية للتكرارات التي يفوق أو يساوي قطرها 75 ؟

(ب) ما هي النسبة المئوية للتكرارات التي قطرها أكبر أو يساوي 60

وأقل قطرها من 75 ؟

تمرين عدد 14:

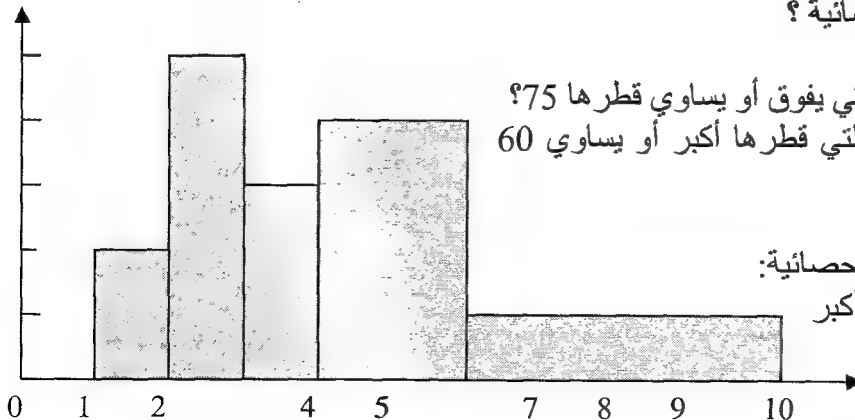
في ما يلي مخطط المستطيلات لسلسلة إحصائية:

(1) هل أن [2;3[هي الفئة التي لها أكبر

تكرار ؟

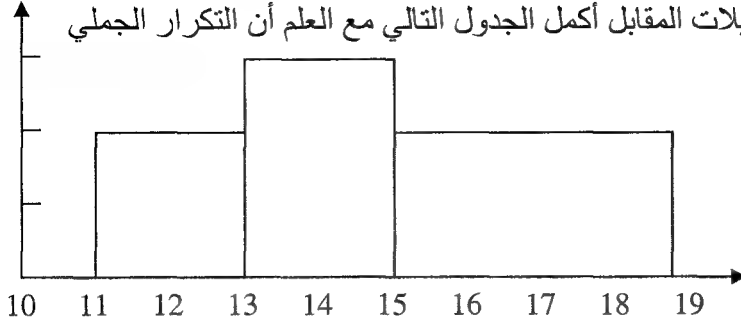
(2) ما هي الفئة التي لها أقل تكرار ؟

(3) استنتج من خلال الرسم متوسط السلسلة.



تمرين عدد 15: من خلال مخطط المستطيلات المقابل أكمل الجدول التالي مع العلم أن التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية هو 72.

المجال	$[11;13[$	$[13;15[$	$[15;19[$
التكرار			



تمرين عدد 16: نرمي نردًا مرقمًا من 1 إلى 6 مرتان متتاليتين لنحصل على الإحداثيات التالية (a, b) حيث a الرقم المسجل خلال الرمية الأولى و b الرقم المسجل خلال الرمية الثانية. (1) أ) انقل ثم أكمل الجدول التالي:

	6	5	4	3	2	1	
1					(2,1)	(1,1)	
2							
3							
4							
5							
6							

(ب) أعط عدد الإمكانات

(2) ما هو احتمال الحصول على نفس الرقم خلال الرمييتين؟

(3) ما هو احتمال أن يكون العدد في الرمية الأولى أكبر قطعًا من الرقم في الرمية الثانية؟

(4) أ) ما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين 8.

(ب) ما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين زوجيًا.

تمرين عدد 17: يرمي أحمد سهمًا في اتجاه هدف محدد ثلاث مرات متتالية يكون الحدث "صواب" (ص) إذا أصابه ويكون "خطأ" (خ) إذا لم يصبه يكتب نتيجة الرميات الثلاث كما يلي (خ، ص، ص) إذا أخطأ الأولى وأصاب في الثانية والثالثة.

(1) حدد كل الإمكانات لنتيجة الرمي.

(2) ما احتمال إصابة الهدف ثلاث مرات؟

(3) ما احتمال إصابة الهدف مرتين متتاليتين على الأقل؟

(4) ما احتمال إصابة الهدف على الأقل مرة واحدة؟

(5) ما احتمال إصابة الهدف مرتين على الأكثر؟

(6) يعتبر نجاح أحمد إذا أصاب الهدف مرتين على الأقل، ما احتمال نجاح أحمد؟

تمرين عدد 18: صندوق يحتوي على أقراص تحتل الأعداد -3، 0، 1 و 3. نسحب قرصًا ثم آخر بصفة عشوائية ونرجع القرص بعد كل سحب ونكتب العدد الأول كفاصلة لنقطة M والثاني كترتبية لها.

(1) أوجد الإحداثيات الممكنة للنقطة M.

(2) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الترتيبات؟

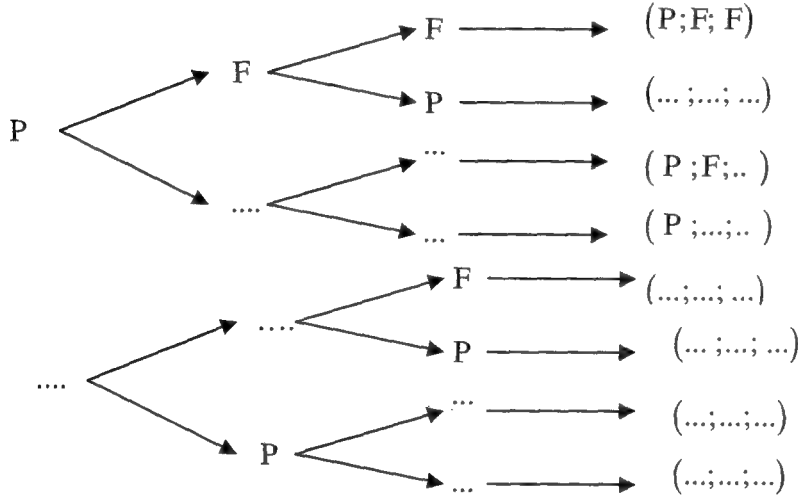
(3) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات؟

(4) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات ولا إلى محور الترتيبات؟

(5) ما احتمال ألا تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات؟

(6) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الترتيبات؟
 (7) ما احتمال أن تكون النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) مع العلم أن $A(3;4)$ و $B(3;-2)$.
تمرين عدد 19: اختبار يطرح على المترشح 3 أسئلة لجيب عليها بصواب أو خطأ. يجهل المترشح الأجوبة فيجيب على الأسئلة بصفة عشوائية.

- (1) ما هو عدد الإمكانات؟
 - (2) ما احتمال أن تكون الأجوبة الثلاث صحيحة؟
 - (3) ما هو احتمال أن يكون جوابان صحيحان فقط؟
 - (4) ما احتمال أن يكون جوابان صحيحان على الأقل؟
- تمرين عدد 20:** لقطعة نقود وجهان الوجه ونرمز له بـ F والقفا ونرمز له بـ P . نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات في الهواء وإثر سقوطها نسجل في كل مرة الوجه الظاهر من القطعة.



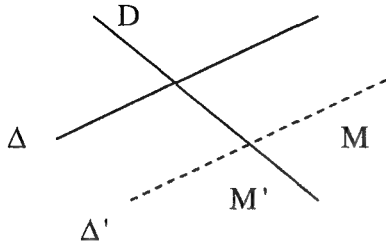
- (2) حدد احتمال الحدث A التالي: "الحصول على ثلاث وجوه P "
 - (3) حدد احتمال الحدث B التالي: "الحصول على الوجه P مرتين على الأقل"
 - (4) حدد احتمال الحدث التالي: "الحصول على الوجه F مرة واحدة فقط"
 - (5) حدد احتمال الحدث التالي: "الحصول على ثلاث وجوه متشابهة"
 - (6) حدد احتمال الحدث A التالي: "الحصول على وجهين متشابهين على الأقل"
- تمرين عدد 21:** في ما يلي جدول التكرارات لسلسلة إحصائية:

الفئة	$[0;1[$	$[1;4[$	$[4;8[$	$[8;10[$
التكرار	2	15	6	3

هل أن منوال هذه السلسلة الإحصائية هو $[4;8[$ ؟

- (2) ارسم مخطط المستطيلات لهذه السلسلة الإحصائية.

مراجعة عامة

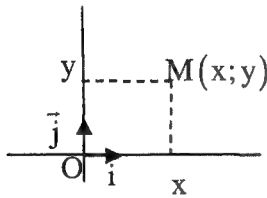


(1) إذا كان D و Δ مستقيمين متقاطعين و M نقطة في المستوى فإن المستقيم Δ' المار من M والموازي لـ Δ يقطع D في نقطة M' تسمى مسقط النقطة M على المستقيم D وفقا لمنحى المستقيم Δ . في حالة تعامد D و Δ فإن M' تسمى المسقط العمودي للنقطة M على D

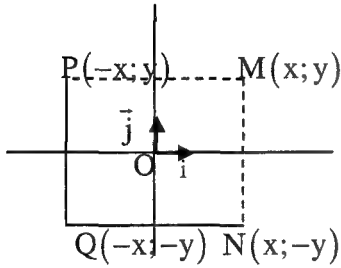
(2) إذا كانت O و I نقطتين مختلفتين من مستقيم Δ فإن: $(O; I)$ معين للمستقيم Δ x_A فاصلة النقطة A في المعين $(O; I)$

* إذا كانت النقطة C منتصف $[AB]$ فإن $x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$

* البعد AB للنقطتين A و B من المستقيم Δ هو القيمة المطلقة للفرق بين فاصلتي A و B أي: $AB = |x_B - x_A|$



(3) إذا كانت O, I, J ثلاث نقاط من المستوى ليست على استقامة واحدة فإن $(O; I; J)$ معين في المستوى. الزوج $(x; y)$ إحداثيات النقطة M في المعين $(O; I; J)$ ونكتب $M(x; y)$



(4) إذا كان $(O; I; J)$ معينا في المستوى حيث $(OJ) \perp (OI)$ وإذا كانت $M(x; y)$ نقطة من المستوى فإن:

- مناظرتها بالنسبة إلى (OI) هي النقطة $N(x; -y)$ إحداثياتها

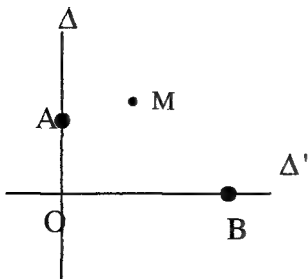
- مناظرتها بالنسبة إلى (OJ) هي النقطة $P(-x; y)$ إحداثياتها

- مناظرتها بالنسبة إلى O هي النقطة $Q(-x; -y)$ إحداثياتها

التمارين

تمرين عدد 01:

نعتبر الرسم التالي:



(1) ما هو مسقط A على Δ' وفقا لمنحى Δ ؟

(2) ما هو مسقط B على Δ' وفقا لمنحى Δ ؟

(3) ما هو مسقط O على Δ وفقا لمنحى Δ' ؟

- (4) أرسم النقطتين I و J مسقطي M على Δ و Δ' وفقا لمنحى Δ' و Δ على التوالي
(5) أثبت أن IMJO متوازي أضلاع..

تمرين عدد 02:

- ABCD متوازي أضلاع مركزه O.
(1) أ) ما هو مسقط A على (DC) وفقا لمنحى (BC)؟
ب) ما هو مسقط B على (AD) وفقا لمنحى (DC)؟
(2) المستقيم Δ الموازي لـ (AC) والمار من B يقطع (DA) في E و (DC) في F.
أ) ما هو مسقط النقطة O على (DC) وفقا لمنحى (EF)؟
ب) ما هو مسقط النقطة E على (CD) وفقا لمنحى (OA)؟
ج) ما هو مسقط النقطة F على (AD) وفقا لمنحى (OC)؟
د) ما هي طبيعة الرباعي ABFC؟ علل جوابك
هـ) ما هي طبيعة الرباعي AEBC؟ علل جوابك

تمرين عدد 03:

- ABC مثلث قائم الزاوية في A، لتكن M نقطة من [BC].
(1) أ) ابن النقطة N مسقط M على المستقيم (AC) وفقا لمنحى (AB)
ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (MN) و (AC)؟
(2) أ) ابن النقطة P مسقط M على (AB) وفقا لمنحى (AC)
ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (PM) و (AB)؟
(3) ما هي طبيعة الرباعي PMNA؟

تمرين عدد 04:

ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

- (1) ليكن Δ مستقيما مقترنا بالمعین (O;I) و A، B و C ثلاث نقط من Δ فاصلاتها على التوالي: 2، $-\frac{5}{2}$ و $2\sqrt{2}$
أ) $\square AB = \frac{7}{2}$ ، $\square AB = \frac{9}{2}$ ، $\square AB = \frac{5}{2}$
ب) $\square AC = 2(\sqrt{2}+1)$ ، $\square AC = 2(\sqrt{2}-1)$ ، $\square AC = 2\sqrt{2}+1$
ج) فاصلة منتصف [AC] هي: $\square \sqrt{2}-1$ ، $\square \sqrt{2}+1$ ، $\square 2\sqrt{2}+1$
(2) ليكن (O;I;J) معينا متعامدا في المستوى ولتكن النقطتين M(x;y) و N($\sqrt{2};-1$)
أ) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى (OI) فإن:
 $\square y=1$ و $x=\sqrt{2}$ ، $\square y=\sqrt{2}$ و $x=-1$ ، $\square y=-1$ و $x=-\sqrt{2}$
ب) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى (OJ) فإن:
 $\square y=1$ و $x=-\sqrt{2}$ ، $\square y=-1$ و $x=\sqrt{2}$ ، $\square y=1$ و $x=\sqrt{2}$
ج) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى O فإن:
 $\square y=1$ و $x=-\sqrt{2}$ ، $\square y=1$ و $x=\sqrt{2}$ ، $\square y=-1$ و $x=-\sqrt{2}$

تمرين عدد 05:

Δ مستقيم مدرج بمعين (O;I) والنقاط A ، B و C من Δ فاصلاتها على التوالي $-\frac{5}{2}$ ، $2\sqrt{2}$ و $-\frac{3}{4}$.

(1) احسب الأبعاد AB ، BC و AC .

(2) احسب فاصلة M منتصف [AC]

(3) بين أن C منتصف [AI] .

تمرين عدد 06:

Δ مستقيم مدرج بمعين (O;I) والنقاط A ، B ؛ C و D فاصلاتها على التوالي -2 ، 2 ، $-\sqrt{2}$ و 3 .

(1) أ) عين النقاط A ، B ؛ C و D على Δ .

ب) احسب الأبعاد OA ، BI ، AD ، BC ، BD و DC .

(2) حدد فاصلات النقاط O ، I ، B و D في المعين (O;A) .

(3) لتكن M نقطة من Δ فاصلتها x_M في (OI) . أوجد العدد الحقيقي x_M في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $OM=3$ ، ب) $MC=2$ ، ج) $MD=1$ ، د) $MC=AC$ □

(4) احسب x_J فاصلة النقطة J حيث $OJ=4$ و $x_J \leq 0$

تمرين عدد 07:

Δ مستقيم مدرج بمعين (O;I) حيث $OI=2\text{cm}$.

(1) أ) عين على Δ النقاط A ، B و C فاصلاتها على التوالي $x_A=3$ ، $x_B=\sqrt{2}$ و $x_C=-\frac{3}{2}$

ب) احسب AB ، AC و BC .

(2) أوجد x_D فاصلة النقطة D منتصف [AB] ثم عينها على Δ .

(3) أوجد x_E فاصلة النقطة E منظرية B بالنسبة إلى C ثم عينها على Δ .

(4) أوجد عناصر المجموعة التالية: X مجموعة النقاط M من Δ بحيث $AM=\sqrt{3}$.

(5) لتكن J نقطة من Δ فاصلتها $x_J=-1$. ما هي فواصل النقاط: I ، A ، B ؛ C ، D و E في المعين (O;J) .

(6) ليكن Δ' مستقيماً قاطعاً لـ Δ في النقطة O و لتكن F نقطة من Δ' مخالفة لـ O

أ) ابن النقطة H من المستوى بحيث: A هي مسقط H على Δ وفقاً لمنحى Δ' .

F هي مسقط H على Δ' وفقاً لمنحى Δ

ب) ما هي طبيعة الرباعي AHFO ؟ علل جوابك .

تمرين عدد 08:

ليكن (O;I;J) معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$.

(1) عين النقطتين A(4;-3) و B(-4;3)

(2) أ) ابن النقطة C منظرية B بالنسبة إلى المستقيم (OI) ثم حدد إحداثياتها .

ب) ابن النقطة D منظرية B بالنسبة إلى المستقيم (OJ) ثم حدد إحداثياتها .

(3) أ) بين أن A و C متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) .

ب) بين أن A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OI) .

ج) بين أن D و C متناظرتان بالنسبة إلى O .

(4) ما هي طبيعة الرباعي ACBD ؟ علل جوابك .

تمرين عدد 09:

ليكن $(O; I; J)$ معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1\text{cm}$

(1) أ) ارسم النقاط $A(3;0)$ ، $B(-2;3)$ و $C(2;-3)$.

ب) بين أن O منتصف $[BC]$.

(2) المستقيم المار من B والموازي لـ (OI) يقطع (OJ) في نقطة K ويقطع (AC) في نقطة .

أ) ما هي إحداثيات النقطة K و النقطة M

ب) احسب OA و BM

ج) ما هي طبيعة الرباعي $OAMB$ ؟ علل جوابك.

تمرين عدد 10:

ليكن $(O; I; J)$ معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$

(1) ارسم النقاط $A(3;3)$ ؛ $B(-1;3)$ و $C(-1;-3)$.

(2) بين أن ABC مثلث قائم الزاوية.

(3) ابحث عن إحداثيات النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ مستطيل.

(4) ما هي مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $y=3$ و $x \in \mathbb{R}$

تمرين عدد 11:

ليكن $(O; I; J)$ معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1\text{cm}$

(1) ارسم النقاط $M(3;4)$ ، $N(3;6)$ و $P(-4;4)$.

(2) المستقيم (MP) يقطع (OJ) في النقطة A والمستقيم (MN) يقطع (OI) في النقطة B .

ما هي إحداثيات كل من النقطتين A و B ؟

(3) المستقيم الموازي لـ (OI) والمار من N يقطع (OJ) في النقطة E .

أ) ما هي إحداثيات النقطة E ؟

ب) احسب قياس مساحة شبه المنحرف $MNEP$.

تمرين عدد 12:

ليكن $(O; I; J)$ معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1\text{cm}$

(1) ارسم النقاط $A(4;3)$ ، $B(4;0)$ و $C(0;3)$.

(2) بين أن $(AB) \parallel (OJ)$ و $(AC) \parallel (OI)$.

(3) نعتبر النقاط E ، F و G مناظرات النقاط A ، B و C على التوالي بالنسبة إلى النقطة O .

أ) حدد إحداثيات كل من النقاط E ، F و G

ب) بين أن الرباعي $BCFG$ هو معين واحسب مساحته.

(4) أ) ارسم النقطتين M و N بحيث يكون الرباعي $AMEN$ مستطيلاً أضلاعه موازية لمستقيمي الإحداثيات.

ب) ما هي إحداثيات كل من النقطتين M و N ؟

(5) احسب مساحة المستطيل $AMEN$.

تمرين عدد 13:

Δ و Δ' مستقيمان يتقاطعان في النقطة O . I نقطة من Δ و J نقطة من Δ' .

(1) عين النقطة A على $[OI]$ والنقطة B على $[OJ]$ حيث $OA = 3OI$ و $OB = 4OJ$.

(2) المستقيم الموازي لـ Δ' والمار من A والمستقيم الموازي لـ Δ والمار من B يتقاطعان في النقطة M .

- ما هي إحداثيات النقطة M في المعين (O;I;J) ؟
 (3) ارسم النقاط $N(3;2)$ ، $P(2;2)$ و $Q(2;4)$ في المعين (O;I;J).
 (أ) بين أن $(QP) \parallel (MN)$
 (ب) أثبت أن الرباعي MNPQ متوازي أضلاع.

تمرين عدد 14:

ليكن (O;I;J) معينا في المستوى.

- (1) ارسم النقاط: $A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$; $B\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$ ، $C\left(\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right)$ و $D\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.
 (2) حدد مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{9}{2}$.
 (3) نعتبر النقطتين $M\left(\frac{5}{2};0\right)$ و $N\left(0;\frac{3}{2}\right)$.
 (أ) ابحث عن إحداثيات النقطة P من المستوى إذا علمت أن: M مسقط P على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و N مسقط P على (OJ) وفقا لمنحى (OI).

(ب) ما هي طبيعة الرباعي OMPN ؟

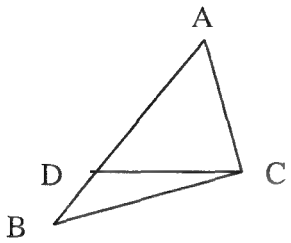
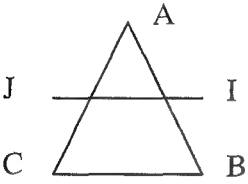
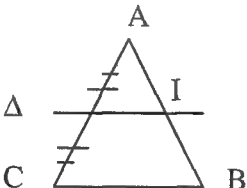
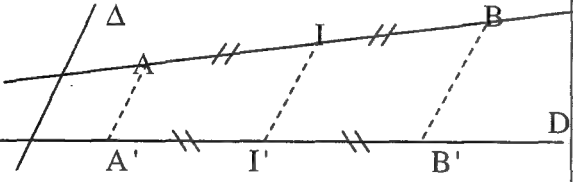
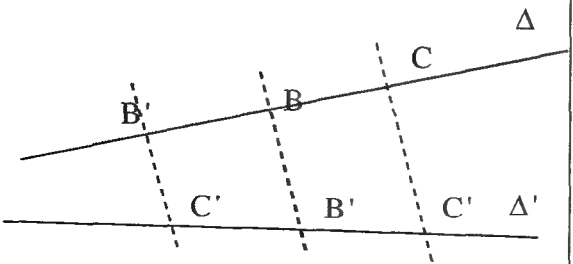
تمرين عدد 15: ليكن (O;I;J) معينا في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$.

- (1) ارسم النقاط $A(-2;4)$ ، $B(3;4)$ و $C(3;5)$.
 (2) (أ) عين النقطة D بحيث يكون ABCD مستطيلا.
 (ب) ما هي إحداثيات النقطة D ؟
 (3) عين النقطة E بحيث يكون $E \neq D$ و ACBE متوازي أضلاع.
 (أ) جد فاصلة E
 (ب) أحسب AE
 (ج) استنتج ترتيب النقطة E.
 (4) عين على (BC) النقطة F بحيث يكون ترتيبها مساوية لترتيب E.
 (أ) ما هي إحداثيات F ؟
 (ب) أثبت أن المثلث ACF متقايس الضلعين.

تمرين عدد 16: ليكن (O;I;J) معينا في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$

- (1) (أ) ارسم النقاط $A\left(3;\frac{11}{2}\right)$ ، $B(5;0)$ و $C(3;-3)$.
 (ب) بين أن $(OI) \perp (AC)$.
 (2) (أ) ابن النقطة D بحيث تكون C منتصف [BD].
 (ب) أوجد إحداثيات النقطة D.
 (3) حدد المجموعات التالية: (أ) E هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $x=1$ و $-6 \leq y \leq 0$
 (ب) F هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $1 \leq x \leq 5$ و $y=0$.
 (ج) G هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $x=3$ و $y \leq \frac{11}{2}$.

مراجعة عامة

	<p>(1) ليكن ABC مثلثا، مهما تكن النقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإن: مساحة المثلث ADC (S_1) ومساحة المثلث ABC (S_2) متناسبتان مع AD و AB أي: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{AD}{AB}$</p>
	<p>(2) في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث وقيس طول قطعة المستقيم الرابطة بين المنتصفين يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث: $(BC) \parallel (IJ)$ و</p> $IJ = \frac{1}{2} BC$
	<p>(3) في كل مثلث، المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث: $(BC) \parallel \Delta$ و I منتصف $[AB]$</p>
	<p>(4) إذا كانت A' و B' مسقطي A و B على التوالي على مستقيم D وفقا لمنحى Δ فإن مسقط منتصف $[AB]$ على D وفقا لمنحى Δ هو منتصف $[A'B']$. I منتصف $[AB]$ و I' منتصف $[A'B']$.</p>
	<p>(5) إذا كان مستقيمان Δ و Δ' و A و B و C ثلاث نقط من Δ و A' و B' و C' ثلاث نقط من Δ' حيث المستقيمات (AA') ; (BB') ; (CC') متوازية فإن: $\frac{AB}{BA} = \frac{B'C'}{B'A'}$ ، $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$ و $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ و $\frac{CA}{CB} = \frac{C'A'}{C'B'}$</p>

	<p>(6) إذا كان ABC مثلثا و M نقطة من (AB) و N نقطة من (AC) بحيث $(BC) \parallel (MN)$ فإن</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
	<p>(7) إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD] وإذا كانت I منتصف [AD] و J منتصف [BC] فإن: $IJ \parallel (AB)$ و $IJ = \frac{1}{2}(AB + DC)$</p>
	<p>(8) لتجزئة قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقاربة:</p> <ul style="list-style-type: none"> * نرسم نصف مستقيم [Ax] بحيث المستقيم الحامل لـ [AB] مخالف لـ [Ax]. * نرسم على [Ax] نقطة متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطالب بها: $AM = MN = NP = \dots$ ثم نرسم المستقيم Δ المار من B وآخر نقطة رسمت على [Ax]. * نرسم المستقيمتين الموازيين لـ Δ والمارة من النقط المعينة على [Ax]. هذه المستقيمتان تقسم [AB] إلى أجزاء متقاربة.
<p>(9) لبناء نقطة M من قطعة مستقيم [AB] حيث $AM = \frac{n}{m} AB$ ، n و m عدنان طبيعيان ($n < m$) ، نقسم [AB] إلى m أجزاء متقاربة ثم نعين النقطة M حيث M تبعد n أجزاء عن A.</p>	

المثلث القائم و الدائرة المحيطة به :

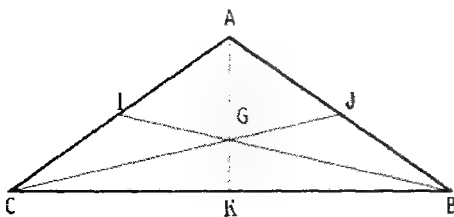
(أ) في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن الرؤوس الثلاثة و قيس طول الموصل الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر

(ب) مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية هو منتصف وتره

ج- كل مثلث منتصف أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم الزاوية ووتره يكون أحد الضلع المذكور

مركز ثقل المثلث: في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموصل إنطلاقا من الرأس و عند ثلث الموصل إنطلاقا من منتصف الضلع

$$AG = \frac{2}{3} AK, BG = \frac{2}{3} BI, CG = \frac{2}{3} CJ$$

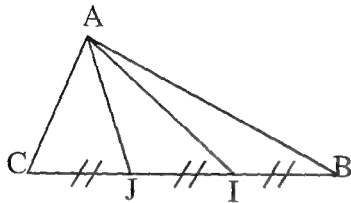


التمارين

(وحدة قياس الطول هي الصنمتر)

تمرين عدد 01:

ABC مثلث ارتفاعه $AH = 3$ و $BC = 6$. لتكن M نقطة من [BC] حيث $MC = 2$. احسب مساحة كل من المثلثين ABM و ACM.



تمرين عدد 02:

تأمل الرسم حيث $BI = IJ = JC$. لتكن S مساحة المثلث ABC و S_1 مساحة المثلث ABI و S_2 مساحة المثلث AIJ و S_3 مساحة المثلث ACJ.

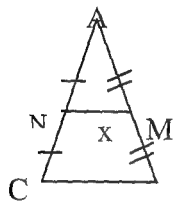
$$\text{بين أن: } \frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S} = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{3}$$

تمرين عدد 03:

ضع العلامة \square أمام المقترح السليم:

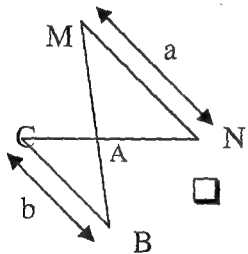
(أ) إذا كان ABC مثلث مساحته S و M نقطة من [BC] فإن مساحة المثلث ABM تساوي:

$$\square \frac{BM}{S} \times BC, \quad \square \frac{BM}{BC} \times S, \quad \square \frac{BC}{BM} \times S$$



(ب) في الرسم المجاور ABC مثلث حيث M منتصف [AB] و N منتصف [AC] و $MN = x$ لنا:

$$\square BC = 3x, \quad \square BC = 2x, \quad \square BC = \frac{x}{2}$$



(ج) تأمل الرسم المجاور حيث $(BC) \parallel (MN)$ ، $BC = b$ و $MN = a$ لنا

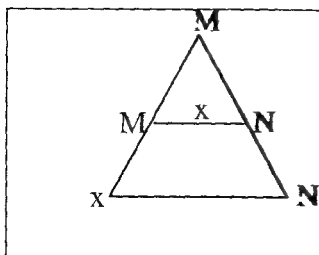
$$\square \frac{AB}{AM} = \frac{a}{b}, \quad \square \frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}, \quad \square \frac{AM}{AB} = \frac{b}{a}$$

(د) ليكن ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD] حيث $AB = x$ و $DC = b$. إذا كانت M منتصف [AD] و N منتصف [BC] حيث $MN = a$ فإن:

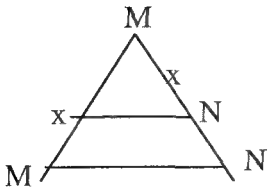
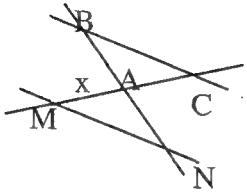
$$\square x = \frac{1}{2}(a+b), \quad \square x = 2a-b, \quad \square x = 2a+b$$

تمرين عدد 04:

أوجد العدد x في كل حالة من الحالات التالية:



(أ) $(BC) \parallel (MN)$ و $BC = 6$ ، $AC = 5$ و $AM = 2$

	<p>ب) $(BC) \parallel (MN)$ و $AN = 7$ ، $MN = 6$ و $BC = 4$</p>
	<p>ج) $(BC) \parallel (MN)$ و $AC = 2$ ، $MN = 3$ و $BC = 4$</p>

تمرين عدد 05:

ارسم مثلثا ABC حيث $AB = 6$ ، $BC = 5$ و $AC = 4$. ثم عين النقطة I من [AB] بحيث $AI = 2.5$. المستقيم المار من I والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في النقطة J. احسب AJ ، JC و IJ.

تمرين عدد 06:

ارسم مستطيل ABCD حيث $AB = 5$ و $BC = 3$ ثم عين النقطة M على [AB] بحيث $BM = 1.5$. المستقيم (MC) يقطع (AD) في N والمستقيم (DM) يقطع (BC) في K. احسب AN و BK.

تمرين عدد 07:

ارسم مثلثا EFG حيث $EG = 5$ و $FG = 3$ ثم عين النقاط I ، J و K منتصفات [EF] ، [EG] و [FG] على التوالي.

(1) بين أن $(IJ) \parallel (GF)$ و $(IK) \parallel (EG)$.

(2) استنتج طبيعة الرباعي IJKG.

(3) احسب IJ و IK.

تمرين عدد 08:

ارسم شبه منحرف EFGH قاعدته [EF] و [HG] بحيث $EF = 4$ و $HG = 6$.

(1) ابن النقطتين M و N حيث M مناظرة F بالنسبة إلى G و N مناظرة E بالنسبة إلى H.

(2) احسب MN.

(3) المستقيم (ME) يقطع (HG) في I. بين أن I منتصف [ME].

تمرين عدد 09:

ليكن ABCD متوازي أضلاع حيث $AB = 7$ و $AD = 5$ والنقطة M من [AB] حيث $AM = 3$. المستقيمان (AC) و (DM) يتقاطعان في نقطة O.

(1) بين أن: $\frac{OM}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AM}{CD} = \frac{3}{7}$

(2) لتكن H مسقط النقطة O على (AD) وفقا لمنحى (AB).

أ) بين أن: $\frac{AO}{AC} = \frac{AH}{AD} = \frac{OH}{CD}$ ، ب) بين أن: $\frac{OH}{DM} = \frac{DH}{DA} = \frac{OH}{AM}$

(ج) استنتج أن: $\frac{OH}{CD} + \frac{OH}{AM} = 1$ ، (د) احسب OH

(3) لتكن I و K منتصفي [BC] و [CD] على التوالي. المستقيم المار من K والموازي لـ (DM) يقطع (CM) في J.

(أ) بين أن J منتصف [MC] ، (ب) بين أن (IJ) // (MB) واحسب IJ.

تمرين عدد 10: ليكن (O, I, J) معيناً في المستوى حيث $OI = OJ = 1$

(1) عين النقاط $A(5,0)$; $B(0,3)$; $E(3,0)$. بين أن: $OA = 5$ ، $OB = 3$ و $OE = 3$

(2) عين النقطة C بحيث يكون الرباعي OACB متوازي أضلاع. ما هي إحداثيات النقطة C ؟

(3) المستقيم المار من E والموازي لـ (AB) يقطع (OB) في النقطة F.

(أ) بين أن: $\frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB} = \frac{EF}{AB}$ ؛ (ب) احسب OF واستنتج إحداثيات النقطة F.

(4) المستقيم المار من A والموازي لـ (BE) يقطع (OJ) في النقطة G.

(أ) بين أن: $\frac{OF}{OB} = \frac{OG}{OB}$ ؛ (ب) احسب OG واستنتج إحداثيات النقطة G.

تمرين عدد 11: نعتبر مثلثاً ABC حيث $BC = 3$.

(1) لتكن I و J منتصفي [AB] و [AC] على التوالي: (أ) بين أن: (IJ) // (BC) و $IJ = \frac{1}{2} BC$ ، (ب) احسب IJ

(2) (أ) ابن النقطة D مناظرة J بالنسبة إلى النقطة I ثم عين النقاط M ، N و P المساقط العمودية لكل من النقاط J ، I و D على المستقيم (BC) على الترتيب

(ب) احسب MN ، (ج) قارن بين $\frac{MN}{NP}$ و $\frac{JJ}{ID}$ ، (د) استنتج NP

تمرين عدد 12: EFGH شبه منحرف قاعدته [EF] و [GH] بحيث $EF = 3$ ، $EH = 5$ و $GH = 6$.

لتكن M نقطة من [EH] بحيث $HM = 2$ ، المستقيم المار من M والموازي لـ (EF) يقطع (FH) في I و (FG) في N.

(1) ارسم الشكل.

(2) (أ) احسب MI ، (ب) أثبت أن: $\frac{FI}{FH} = \frac{3}{5}$ ، (ج) احسب IN و MN.

(3) المستقيم المار من F والموازي لـ (EI) يقطع (EH) في J.

(أ) بين أن: $HE^2 = HJ \times HM$ ، (ب) احسب HJ.

تمرين عدد 13: ليكن (O, I, J) معيناً في المستوى بحيث $OI = OJ = 4$

(1) عين النقطة $M\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{5}\right)$

(2) لتكن النقطتان $P\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ و $Q\left(0; \frac{3}{5}\right)$. أ) ما هي طبيعة الرباعي OPMQ ؟

ب) احسب OP ثم استنتج أن $MQ = \frac{2}{3}$.

(3) لتكن النقطتان H و K منتصفى [OQ] و [MI] على التوالي

أ) ما هي طبيعة الرباعي OIMQ ؟ ، ب) استنتج أن $HK = \frac{5}{6}$ وأن $(HK) \parallel (OI)$

(4) [HK] يقطع [MP] في E والمستقيم المار من K والموازي لـ (IQ) يقطع (MQ) في F .

أ) احسب $\frac{ME}{MP}$ واستنتج أن E منتصف [MP] ، ب) احسب $\frac{MF}{MQ}$ واستنتج أن F منتصف [MQ]

ج) استنتج أن $EF = \frac{1}{2}PQ$ وأن $(EF) \parallel (PQ)$

تمرين عدد 14: ليكن ABC مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية A بحيث $AB = 3$ و $BC = 5$.

(1) ابن النقطتين E و F مناظرتي النقطة B بالنسبة إلى C و A على التوالي. بين أن: $\frac{EF}{AC} = 2$.

(2) ابن النقطة G مناظرة C بالنسبة إلى A ثم النقطة H مسقط النقطة G على المستقيم (BC) وفقا لمنحى (AB).
بين أن $HG = EF$

(3) المستقيم المار من C والموازي لـ (AB) يقطع (EF) في I. احسب EI و IC .

(4) المستقيم المار من B والموازي لـ (AC) يقطع (HG) في J ويقطع (CI) في K .

أ) بين أن $IC = BJ$ ، ب) بين أن الرباعي ABCK معين ، ج) استنتج أن المثلث KIJ متقايس الضلعين

(5) المستقيم (AC) يقطع (EK) في P . بين أن P منتصف [EK]

تمرين عدد 15: [IJ] قطعة مستقيم طولها 5

(1) عين على [IJ] النقاط A ، B و C بحيث تجزأ [IJ] إلى أجزاء متناسبة مع 1، 2، 3 و 4

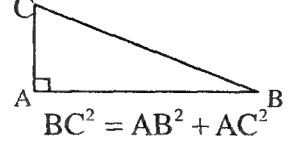
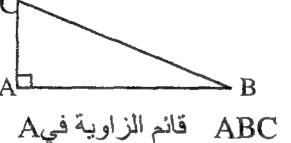
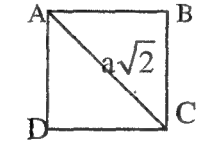
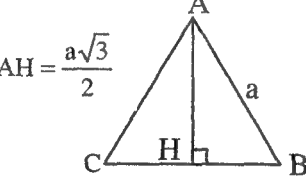
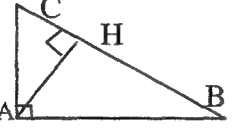
(2) احسب AI و BJ .

تمرين عدد 16: ليكن ABC مثلثا حيث $AC = 7$ ، $AB = 3$ و $BC = 5$.

(1) ابن النقطتين I و J على [AC] بحيث $AI = IJ = JC$.

(2) المستقيم المار من I والموازي لـ (BJ) يقطع (BC) في K . بين أن B منتصف [KC] .

مراجعة عامة

	<p>(1) إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن:</p> $AB^2 + AC^2 = BC^2$
	<p>(1) إذا كان ABC مثلث حيث $AB^2 + AC^2 = BC^2$ فإنه قائم الزاوية في A</p>
	<p>(3) إذا كان مربع ABCD قيس طول ضلعه a فإن قيس طول قطره $a\sqrt{2}$</p>
	<p>(4) إذا كان ABC مثلثا متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه a فإن قيس طول ارتفاعه $\frac{a\sqrt{3}}{2}$</p>
 <p>$AB \times AC = AH \times BC$ $AH^2 = HB \cdot HC$</p>	<p>(5) إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن $AB \times AC = AH \times BC$ $AH^2 = HB \cdot HC$</p>

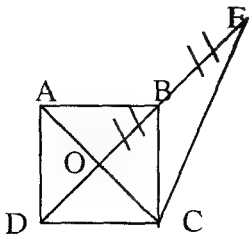
التمارين

وحدة القيس هي الصنتمتر

تمارين عدد 01: ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB = 3$ و $AC = 4$

(1) احسب BC ؛ (2) ليكن [AH] الارتفاع الصادر من A. احسب AH

تمارين عدد 02:

في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 3 حيث $OB = BE$ احسب BD و EC.

تمرين عدد 03: ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4.

(1) ليكن [AH] الارتفاع الصادر من A. احسب AH

(2) لتكن النقطة I المسقط العمودي لـ H على (AB) والنقطة J المسقط العمودي لـ H على (AC)

(أ) احسب IH و JH

(ب) استنتج أن المثلث IJH متقايس الضلعين.

تمرين عدد 04: في أي حالة من الحالات التالية يكون المثلث ABC قائم الزاوية

(أ) $BC=5$; $AC=4$; $AB=3$ ؛ (ب) $BC=\sqrt{12}$; $AC=\sqrt{5}$; $AB=\sqrt{7}$

(ج) $BC=\sqrt{21}$; $AC=\sqrt{11}$; $AB=2\sqrt{3}$

(د) $BC=3$; $AC=4$; $AB=2$ (هـ) $BC=2\sqrt{5}$; $AC=\sqrt{38}$; $AB=3\sqrt{2}$

تمرين عدد 05: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

(1) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB=3$ و $AC=4$. إذا كان [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن:

$$\square AH = \frac{12}{5} \quad , \quad \square AH = \frac{7}{2} \quad , \quad \square AH = \frac{4}{3}$$

(2) إذا كان ABCD مربعا مركزه O وطول ضلعه 6 فإن: $\square AO=3$ ، $\square AO=3\sqrt{2}$ ، $\square AO=2\sqrt{2}$

(3) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4. إذا كانت H منتصف [BC] فإن:

$$\square AH=4\sqrt{3} \quad , \quad \square AH=2\sqrt{3} \quad , \quad \square AH=3\sqrt{2}$$

(4) ليكن ABCD معيناً طول ضلعه a. إذا كان طولي قطراه 4 و 6 فإن :

$$\square a=\sqrt{13} \quad , \quad \square a=5 \quad , \quad \square a=12$$

تمرين عدد 06:

(1) ABCD مربع طول ضلعه a وطول قطره b. أكمل الجدول التالي:

a	3	$2\sqrt{7}$		$\sqrt{5}$		
b			$\sqrt{6}$		$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

(2) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه x وطول ارتفاعه y . أكمل الجدول التالي:

x	2		$\sqrt{3}$		$\sqrt{15}$	
y		$\sqrt{12}$		$\sqrt{6}$		$\sqrt{21}$

تمرين عدد 07: EFGH مستطيل حيث $EF=3$ و $FG=10$. لتكن M نقطة من [EH] حيث $EM=4$.

(1) احسب MF

(2) لتكن N نقطة من نصف المستقيم (HG) بحيث $GN=5$.

(أ) احسب FN و MN ؛ (ب) استنتج أن المثلث FMN قائم الزاوية في M.

(3) لتكن A نقطة تقاطع المستقيمين (FM) و (NH)

(أ) بين أن $\frac{MA}{MF} = \frac{MH}{ME}$ واستنتج MA. (ب) احسب AH ؛ (ج) استنتج أن المثلث AMN قائم الزاوية.

تمرين عدد 08:

لتكن دائرة (E) مركزها O وقطرها [BC] حيث $BC=10$ و A نقطة من (E)

حيث $AB=5$ و H المسقط العمودي لـ A على (BC).

(1) (أ) بين أن ABC مثلث قائم. ؛ (ب) بين أن $AC=5\sqrt{3}$ ؛ (ج) بين أن $AH=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(2) لتكن I منتصف [AC] ؛ [BI] و [AO] يتقاطعان في نقطة G. احسب AG

(3) قارن $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ و $\frac{1}{AH^2}$

تمرين عدد 09:

لتكن دائرة (E) مركزها O وقطرها [AB] حيث $AB=8$. لتكن نقطة E من (E)

حيث يكون المثلث OEB متقايس الأضلاع ولتكن H المسقط العمودي للنقطة E على (OB).

(1) (أ) أنجز الرسم ؛ (ب) بين أن المثلث EAB قائم الزاوية ؛ (ج) بين أن $AE=4\sqrt{3}$

(2) (أ) بين أن $EH=2\sqrt{3}$ ؛ (ب) بين أن $AH=6$

(3) ليكن Δ المماس للدائرة (E) في النقطة B و يقطع (AE) في I.

(أ) بين أن المستقيم (BI) مواز للمستقيم (EH) ؛ (ب) احسب البعدين AI و BI

- (4) لتكن M منتصف [EO] و N منتصف [EB] ولتكن (ξ') الدائرة المحيطة بالمثلث OHE.
 (أ) بين أن $MN = 2$ ؛ (ب) بين أن M مركز الدائرة (ξ')

تمرين عدد 10:

EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF = 3$ و $EG = 4$. الدائرة (ξ) التي مركزها F وشعاعها FG تقطع المستقيم (EF) في نقطتين A و B حيث $A \in [FE]$.

(1) ارسم الشكل.

(2) (أ) احسب FG ؛ (ب) بين أن $EA = 2$ و $EB = 8$

(ج) احسب GB و GA ؛ (د) بين أن المثلث ABG قائم الزاوية في G

(3) لتكن K منتصف [GB]، المستقيم (FK) يقطع (EG) في النقطة H.

(أ) بين أن $(FK) \parallel (AG)$ وأن $FK = \frac{1}{2} AG$ ؛ (ب) بين أن H المركز القائم للمثلث FGB

(ج) بين أن $\frac{FH}{AG} = \frac{EF}{EA}$ ؛ (د) استنتج أن $FH = \frac{3}{2} AG$ ؛ (هـ) بين أن $FH = 3FK$

تمرين عدد 11:

ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB = 3$ ، $AD = 10$ ، $DC = 8$ و H المسقط العمودي لـ B على (DC).

(1) احسب AC و BC

(2) لتكن E نقطة من [AD] حيث $AE = 4$.

(أ) احسب BE و EC ؛ (ب) استنتج أن المثلث EBC قائم الزاوية.

(3) لتكن F المسقط العمودي للنقطة E على (BC)؛ احسب EF.

تمرين عدد 12: MNP مثلث حيث $MN = 6\sqrt{3}$ و $NP = 12$ و $MP = 6$.

(1) بين أن المثلث MNP قائم الزاوية في M.

(2) لتكن I المسقط العمودي لـ M على (NP). بين أن $IP = 3$.

(3) لتكن J منتصف [NP] و K نقطة من (MI) حيث $(JK) \parallel (MN)$.

(أ) احسب IJ و IN ؛ (ب) بين أن $JK = 2\sqrt{3}$

(4) بين أن المثلث JMP متقايس الأضلاع

تمرين عدد 13: ABCD مربع طول ضلعه 5.

- (1) ابن النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى D.
(أ) احسب AC و AE ؛ (ب) بين أن المثلث ACE قائم الزاوية.
- (2) (AE) يقطع (BC) في K.
(أ) بين أن A منتصف [EK] وأن B منتصف [CK] ، (ب) استنتج AK و BK
- (3) لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على (AE). احسب DH.
- (4) (DH) يقطع (BC) في النقطة F.
- (أ) بين أن الرباعي ACFD متوازي أضلاع ؛ (ب) استنتج أن $AC = DF$ ؛ (ج) بين أن $FC = \frac{1}{3} FK$

تمرين عدد 14:

- ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = 4$ و $AC = 3$
- (1) احسب BC
 - (2) ابن النقطتين E و F مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى النقطة C.
(أ) بين أن $(EF) \perp (CE)$ ؛ (ب) احسب EF
 - (3) عين النقطة H المسقط العمودي لـ E على (FC)
(أ) احسب EH ؛ (ب) احسب HF ثم استنتج HC و HB ؛ (ج) احسب BE ثم استنتج AF
 - (4) المستقيم (EH) يقطع (BA) في النقطة G
(أ) احسب BG ثم استنتج AG ؛ (ب) احسب HG و CG
- تمرين عدد 15:** ABCD شبه منحرف قائم في A و D حيث $AB = 3$ ، $AD = 2$ و $DC = 7$.

- (1) احسب AC و BD
- (2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (DC)
(أ) احسب BH و HC ؛ (ب) احسب BC
- (3) لتكن I المسقط العمودي لـ H على (BC)
(أ) احسب IH ؛ (ب) احسب IB و IC
- (4) المستقيم الموازي لـ (DC) والمار من النقطة I يقطع (BH) في النقطة J. احسب BJ و II

تمرين عدد 16:

نعتبر x عددا حقيقيا حيث $x > 1$. ليكن ABC مثلث حيث $AB = \sqrt{x^2 - 1}$ ، $AC = \sqrt{x^2 + 1}$ و $BC = \sqrt{2}x$ (1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC) . بين أن $AH = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x^4 - 1}{2}}$

تمرين عدد 17:

نعتبر دائرة (ع) مركزها O و $[EF]$ قطرها لها حيث $EF = 10$ و M نقطة من (ع) حيث $ME = 6$

(1) بين أن المثلث MEF قائم ؛ (ب) بين أن $MF = 8$

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ M على (EF)

(أ) بين أن $MO = 5$ و $MH = \frac{24}{5}$ ؛ (ب) احسب OH

(3) ليكن Δ المتوسط العمودي لـ $[FH]$ ؛ Δ يقطع $[FH]$ في I و $[MF]$ في J .

(أ) بين أن $(MH) \parallel (IJ)$ واستنتج أن J منتصف $[MF]$ ؛ (ب) بين أن $OJ = 3$

(ج) بين أن المثلث MOJ قائم في J

(4) لتكن النقطة K من $[ME]$ بحيث $MK = 4$ ، المستقيم المار من K والموازي لـ (EF) يقطع $[MO]$ في نقطة G .

(أ) احسب البعد MG

(ب) استنتج أن G هي مركز ثقل المثلث MEF ، (ج) استنتج أن G, E و J على استقامة واحدة.

مراجعة عامة

(1) متوازي الأضلاع:	
<ul style="list-style-type: none"> متوازي الأضلاع هو رباعي محدب زواياه المتقابلة متقايسة متوازي الأضلاع هو رباعي محدب زواياه المتتالية متكاملة متوازي الأضلاع هو رباعي محدب له ضلعان متوازيان ومتقايسان 	<ul style="list-style-type: none"> متوازي الأضلاع هو رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متوازية متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متقايسة
(2) المستطيل:	
<p>(3) المعين:</p> <ul style="list-style-type: none"> المعين هو متوازي الأضلاع له قطران متعامدان المعين هو متوازي الأضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان المعين هو رباعي محدب أضلاعه الأربعة متقايسة 	<ul style="list-style-type: none"> المستطيل هو متوازي الأضلاع له زاوية قائمة المستطيل هو متوازي الأضلاع قطراه متقايسان المستطيل هو رباعي محدب له ثلاث زوايا قائمة
(4) المربع:	
<p>(5) شبه منحرف</p> <ul style="list-style-type: none"> شبه المنحرف هو رباعي محدب له ضلعان متوازيان يمثلان القاعدة الكبرى والقاعدة الصغرى شبه المنحرف القائم هو شبه منحرف له زاوية قائمة شبه المنحرف المتقايس الضلعين هو شبه منحرف ضلعا غير المتوازيين متقايسان 	<ul style="list-style-type: none"> المربع هو معين له زاوية قائمة المربع هو مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان

التمارين

تمرين عدد 01: أجب بصواب أو خطأ:

(أ) المربع هو معين

(ب) المربع هو مستطيل

(ج) المربع هو متوازي أضلاع قطراه متعامدان

(د) المعين هو متوازي أضلاع قطراه متقايسان

(هـ) المستطيل هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة

(و) المعين هو رباعي محدب قطراه متعامدان في منتصفهما

تمرين عدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

(أ) رباعي محدب قطراه متقايسان ومتعامدان في منتصفها هو: ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

(ب) متوازي أضلاع قطراه متعامدان هو: ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

(ج) متوازي أضلاع قطراه متقايسان هو: ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

(د) رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما وله ضلعان متتاليان متقايسان هو:

☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

تمرين عدد 03: أربط بسهم:

القطران متقايسان
القطران متعامدان
القطران متقايسان ومتعامدان
القطران يتقاطعان في منتصفهما

في المربع
في المستطيل
في المعين
في متوازي الأضلاع

تمرين عدد 04: مثلث قائم الزاوية في A و I منتصف [BC].

(أ) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I ؛ (ب) بين أن الرباعي ABCD مستطيل

(ج) كيف نختار المثلث ABC ليكون الرباعي ABCD مربع.

تمرين عدد 05: ABC مثلث و I و J منتصف [AB] و [AC] على التوالي.

(1) ابن النقطة D مناظرة C بالنسبة إلى I

(ب) ما هي طبيعة الرباعي ADBC ؟

(2) ابن النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى J

(ب) ما هي طبيعة الرباعي ABCE ؟

(3) بين أن A منتصف [ED]

تمرين عدد 06: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف [BC].

(1) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I

(ب) بين أن ABDC معين.

(2) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A

(ب) بين أن الرباعي EFBC مستطيل.

تمرين عدد 07: EFGH شبه منحرف قائم في E و H قاعدته [EF] و [GH]

بحيث $EF = EH = 3$ و $SH = 6$ و K منتصف [GH].

(1) بين أن الرباعي EFKH مربع.

(2) لتكن J منظرية F بالنسبة إلى K .

(أ) بين أن الرباعي FGJH مربع

(ب) احسب FG

تمرين عدد 08: EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EF=6$ ، $EH=3$ و I منتصف [FG]

(1) (أ) ابن النقطة H منظرية E بالنسبة إلى I

(ب) بين أن الرباعي EFHG مستطيل

(2) لتكن J منتصف [EG].

(أ) ابن النقطة K منظرية I بالنسبة إلى J

(ب) بين أن الرباعي EIGK معين

(3) (أ) ابن النقطة M منظرية E بالنسبة إلى K

(ب) بين أن الرباعي EFGM متوازي أضلاع.

تمرين عدد 09: نعتبر دائرة Γ مركزها O و Δ مستقيماً لا يمر من O ويقطع Γ في النقطتين E و F .

(1) (أ) ابن النقطتين G و H منطرتي E و F على التوالي بالنسبة إلى O

(ب) ابن النقطة I منظرية O بالنسبة إلى المستقيم Δ

(2) بين أن الرباعي EFGH مستطيل.

(3) بين أن الرباعي EOFI معين.

تمرين عدد 10: ABCD متوازي أضلاع.

(1) ابن النقطتين E و F بحيث E منظرية A بالنسبة إلى المستقيم (DC) و F منظرية C بالنسبة إلى المستقيم (AB)

(2) لتكن I نقطة تقاطع (AB) و (FC) و J نقطة تقاطع (AE) و (DC) . أثبت أن الرباعي AICJ مستطيل.

(3) أثبت أن الرباعي AECF متوازي أضلاع.

تمرين عدد 11: EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF=5$ و $EG=3$.

(1) احسب FG .

(2) لتكن I منتصف [FG] ؛ المستقيم المار من G والموازي للمستقيم (EI) يقطع (EF) في H .

(أ) بين أن E منتصف [FH]

(ب) بين أن المثلث FGH متقايس الضلعين

(ج) احسب IE

(3) المستقيم العمودي على (FH) في F يقطع (HG) في J .

(أ) بين أن G منتصف [HJ]

(ب) احسب FJ

(4) لتكن K منظرية النقطة G بالنسبة إلى E . بين أن الرباعي KFGH معين.

تمرين عدد 12: (O, I, J) معين في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1\text{cm}$.

(1) عين النقطتين A(-3;0) و $B\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$

(2) لتكن M منتصف [OA].

(أ) بين أن المثلث ABO متقايس الضلعين

(ب) احسب BM و OB

(3) (أ) ابن النقطة C منظرية B بالنسبة إلى M

(ب) حدد إحداثيات النقطة C

(ج) بين الرباعي ABOC معين

(4) (أ) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى O ؛ (ب) بين أن الرباعي BEFC مستطيل؛

تمرين عدد 13: EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF = 6$ و $EG = 4$

(1) لتكن H المسقط العمودي لـ E على (FG). احسب EH و FG

(2) (أ) ارسم الدائرة Γ التي مركزها H وشعاعها EH بحيث تقطع (EF) في النقطة M وتقطع (EG) في النقطة N

وتقطع (EH) في النقطة P

(ب) بين أن الرباعي EMPN مستطيل.

(3) (أ) ابن النقطة R منظرية G بالنسبة إلى H ؛ (ب) بين أن الرباعي EGPR معين.

تمرين عدد 14: MNPQ شبه منحرف قائم في M و Q بحيث $MN = MQ = 3$ و $PQ = 6$.

(1) لتكن R المسقط العمودي لـ N على (PQ).

(أ) بين أن MNRQ مربع ؛ (ب) احسب NQ و NP.

(2) لتكن I منتصف [NP].

(أ) ابن النقطة L منظرية J بالنسبة إلى I ؛ (ب) بين أن الرباعي MAPQ مستطيل.

تمرين عدد 15: IJK مثلث قائم الزاوية في I

(1) لتكن O منتصف [IK].

(أ) ابن النقطة L منظرية J بالنسبة إلى O ؛ (ب) بين أن IJKL متوازي الأضلاع.

(2) لتكن E منتصف [JK] و F منتصف [IL].

(أ) بين أن الرباعي IJEF متوازي الأضلاع ؛ (ب) بين أن الرباعي IEKF معين.

مراجعة عامة

- (1) كل مستقيم عمودي على مستوي في نقطة M هو عمودي على كل مستقيمت هذا المستوي المارة من النقطة M
 (2) كل مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين في نقطة تقاطعهما N هو عمودي على هذا المستوي في نفس النقطة N

(3) مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما متوازيان.

(4) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستقيم واحد عمودي على مستوي معلوم.

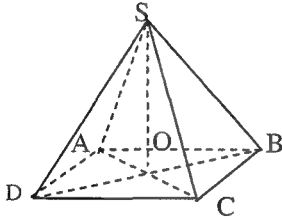
(5) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستوي واحد عمودي على مستقيم معلوم:

(6) في متوازي المستطيلات ABCDEFGH كل الأقطار [EC] و [HB] و [AG] و [DF]

متساوية و قيس كل قطر يساوي $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

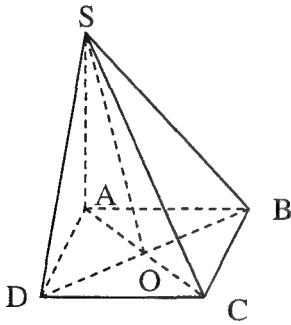
(7) في الهرم المنتظم الأوجه الجانبية تمثل مثلثات متقايسة و كل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية رأس الهرم .
 (8) في الهرم المنتظم قيس طول كل حرف من أحره الجانبية يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعي إرتفاعه و شعاع

الدائرة المحيطة بقاعدته $SA = SB = SC = SD = \sqrt{SO^2 + OB^2}$



التمارين

تمرين عدد 01: نعتبر هرما SABCD قاعدته متوازي الأضلاع ABCD مركزه O. أجب بـ "صواب" أو "خطأ"



(أ) (SAD) و (SBC) متقاطعان

(ب) $(ABC) \perp (SB)$

(ج) $(SAD) \parallel (ABC)$

(د) $(SBC) \parallel (SA)$

(هـ) $(ABC) \perp (SO)$

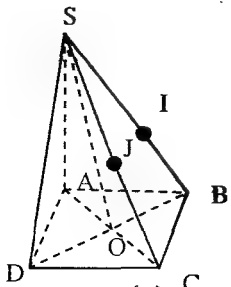
(و) $(SDC) \parallel (SO)$

(ي) (ABC) و (SAD) متقاطعان

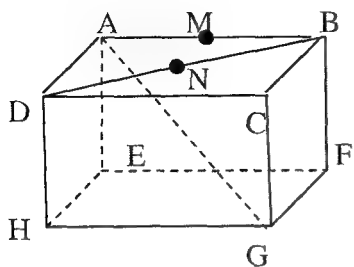
تمرين عدد 02: نعتبر هرما SABCD قاعدته المربع ABCD مركزه O و [SO] إرتفاعه

حيث I منتصف [SB] و J منتصف [SC]. ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح الصحيح:

(1) $(IJ) \parallel (ABC)$ ، $(IJ) \perp (SBA)$ ، $(IJ) \perp (ABC)$ متقاطعان ،



$$\square SO = \sqrt{BA^2 + AB^2} \quad , \quad \square SO = \sqrt{SA^2 - AB^2} \quad , \quad \square SO = \sqrt{SA^2 - \frac{AB^2}{2}} \quad (2)$$



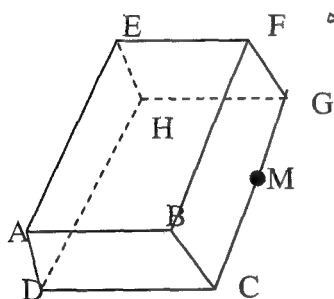
تمرين عدد 03: تعتبر متوازي المستطيلات ABCDEFGH

حيث M منتصف [AB] و N منتصف [DB] وليكن

AB = a ، BC = b و AE = h. ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح الصحيح:

$$(1) \quad \square MN = \frac{a}{2} \quad , \quad \square MN = \frac{b}{2} \quad , \quad \square MN = \frac{h}{2}$$

$$(2) \quad \square AG = \sqrt{a^2 + h^2 - b^2} \quad , \quad \square AG = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2} \quad , \quad \square AG = \sqrt{a^2 + b^2 - h^2}$$



تمرين عدد 04: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ABCDEFGH قاعدته

في شكل شبه منحرف قائم. لتكن M نقطة من الحرف [CG].

(1) أوجد (بدون تعليل) $(AC) \cap (HD)$ ، $(FG) \cap (AC)$

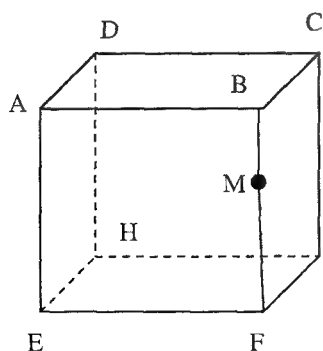
$(ADC) \cap (BFG)$ و $(ABC) \cap (EFG)$ ، $(BF) \cap (ACE)$

(2) حدد على الشكل النقطة N تقاطع المستقيم (FM) و المستوى (ADC). علل جوابك.

(3) بين أن $(BF) \parallel (AEG)$

(4) بين أن $(BF) \perp (ABC)$ واستنتج أن المستقيمين (BF) و (BD) متعامدان.

تمرين عدد 05: يمثل الرسم المصاحب مكعبا ABCDEFGH قيس طول حرفه 4 cm و $M \in [BF]$



(1) أكمل بـ: \in ، \notin ، \subset أو $\not\subset$:

B....(DHF) ; (EM)....(EFG) ; (CM)....(CFG) ; H....(ABE)

(2) أ) بين أن المستقيمين (CM) و (FG) متقاطعين في نقطة نسميها K

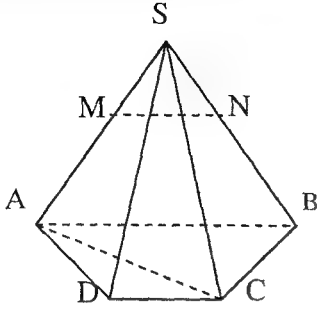
ب) ما هي الوضعية النسبية لـ (CM) و (EFG) ثم (DCM) و (EFG)؟ علل جوابك.

(3) بين $(ICG) \parallel (AD)$

(4) أ) بين أن المستقيم (CD) عمودي على المستوى (BCG).

ب) استنتج أن المثلث DCM قائم الزاوية.

تمرين عدد 06: لاحظ الشكل المقابل حيث $SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف



$ABCD$ الذي قاعدته $[AB]$ و $[DC]$ ورأسه S و $(AC) \perp (BC)$

و $(SC) \perp (ABC)$ في النقطة C . لتكن M نقطة من $[AS]$.

(1) أتمم بـ: c أو \times معطلا جوابك: $(MC) \dots\dots\dots (SCD)$; $(MB) \dots\dots\dots (SAB)$

(2) أوجد $(SC) \cap (ABD)$ و $(ABC) \cap (SAD)$. علل جوابك.

(3) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (SA) و (DC) ؟ علل جوابك.

(4) المستقيم المار من M والموازي لـ (AB) يقطع (SB) في N . بين أن $(MN) \parallel (ADC)$

(5) أثبت أن $(BC) \perp (SAC)$ ، ب) استنتج أن المثلث BCM قائم الزاوية.

تمرين عدد 07: نعتبر هرما $ABCDE$ قاعدته متوازي الأضلاع $BCDE$.

(1) لتكن النقطة C' منتصف $[AC]$ والنقطة D' منتصف $[AD]$.

بين أن المستقيمين $(C'D')$ و (EB) متوازيان.

(2) لتكن F نقطة من $[BC]$ حيث $F \neq B$. بين أن المستقيم $(C'D')$ يقطع المستوى

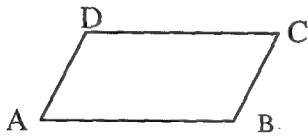
(AFE) في نقطة G . ابن النقطة G .

(3) لتكن النقطة I مناظرة C' بالنسبة إلى D' في المستوى (ACD) . بين أن المستقيم

(BC') موازي لمستقيم (EI)

تمرين عدد 08: نعتبر الرسم الموالي حيث M نقطة لا تنتمي للمستوى الذي يكونه متوازي الأضلاع $ABCD$.

• M

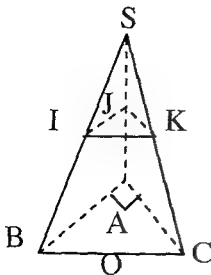


ارسم تقاطع المستويات

(1) (MAB) و (MBC)

(2) (MAB) و (MDC)

تمرين عدد 09: يمثل الشكل المصاحب هرما $SABC$ قاعدته مثلث ABC قائم الزاوية



في A حيث $(SA) \perp (AB)$ و $(SA) \perp (AC)$.

(1) ما هي الوضعية النسبية لـ (SA) و (BC) ؟ علل جوابك

(2) بين أن $(SA) \perp (ABC)$

(3) لتكن O منتصف $[BC]$ ، بين أن المثلث OSA قائم الزاوية.

(4) لتكن I منتصف [SB] و J منتصف [SA] و K منتصف [SC].

(أ) بين أن $(SA) \perp (IJK)$ ، (ب) استنتج أن $(ABC) \parallel (IJK)$

(5) بين أن $(IJ) \parallel (ABC)$

تمرين عدد 10: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ABCDEF قاعدته مثلث. لتكن I ، J و K منتصفات

[AB] ؛ [EF] و [DF] على التوالي .

(1) بين أن المستقيمين (AJ) و (IK) متقاطعان

(2) لتكن N منتصف [AC] و O منتصف [BE] ولتكن M مركز المستطيل FCBE

و L مركز المستطيل DFCA .

(أ) بين أن المستقيم (LN) موازي للمستوى (BCFE) وغير محتوي فيه.

استنتج أن المستقيمين (LN) و (OM) غير متقاطعين.

(ب) بين أن المستقيمين (LN) و (MJ) متوازيان. استنتج أن (LN) و (MO) غير متوازيين.

(ج) استنتج أن النقاط O ، L ، M و N لا تنتمي إلى نفس المستوى.

تمرين عدد 11: يمثل الشكل المصاحب هرما ثلاثيا ABCD كل أحرفه متقايسة حيث (IJ) و (BC) متوازيان

و $I \in [AB]$ و $J \in [AC]$ و K منتصف [BC].

(1) ماذا يمثل [AK] بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.

(2) أثبت أن المستقيم (IJ) محتوي في المستوى (ABC)

(3) (أ) ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AK) والمستوى (BCD) ؟

(ب) ما هي الوضعية النسبية للمستويين (AKD) و (BCD) ؟ ، (ج) أوجد $C_{(AKD) \cap (BCD)}$

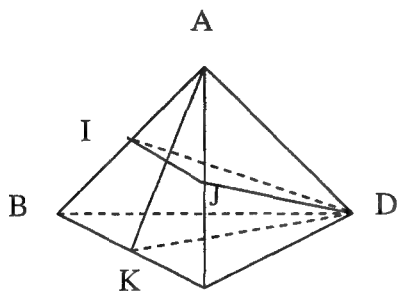
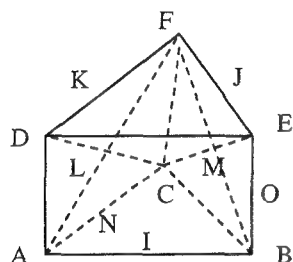
(4) بين أن المستقيم (BC) موازي للمستوى (IJD)

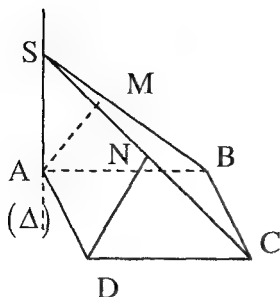
(5) (أ) بين أن المستقيمين (BC) و (KD) متعامدان.

(ب) استنتج أن المستقيم (BC) عمودي على المستوى (AKD)

تمرين عدد 12: نعتبر الرسم المصاحب حيث ABCD مربع ضلعه a و S نقطة تنتمي

للمستقيم Δ العمودي على (ABCD) والمار من A و $AS = a$. لتكن M منتصف [SB].

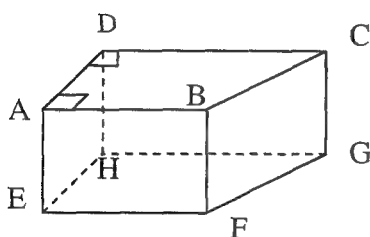




- (4) لتكن N نقطة تقاطع المستقيم (SC) والمستوى (AMD)

(ج) احسب مساحة شبه المنحرف AMND.

(1) بين أن كل من المستقيمين (AB) و (BF) مواز للمستوى (DCG)



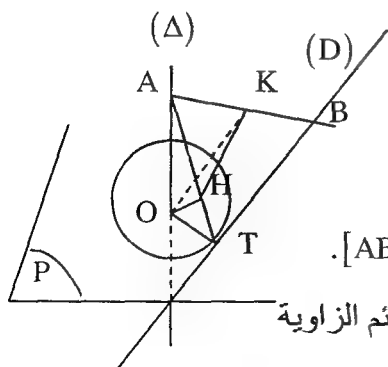
- (3) (BC) و (AD) يتقاطعان في نقطة I

(أ) ما هي الوضعية النسبية لـ (BC) و (ADH) ؟

(ب) حدد النقطة J تقاطع (FG) و (ADH)

ج) بين أن المستويين (ADH) و (BCG) متقاطعان وحدد مستقيم تقاطعهما.

p الذي تكونه الدائرة ζ والمار من النقطة O. لتكن T نقطة من الدائرة ζ و (D) هو المستقيم



المماس لـ \odot في النقطة T نعين على المستقيم Δ نقطة A حيث $OA = R$

وعلى المستقيم D نقطة B حيث $BT = 2R$.

- (1) بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوى (AOT)

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ O على المستقيم (AT) ولتكن النقطة K منتصف [AB].

بين أن المستقيم (HK) عمودي على المستوى (AOT). استنتج أن المثلث OHK قائم الزاوية

(3) لتكن النقاط E ; F و G منتصفات [OT] ; [OH] و [OK] على التوالي.

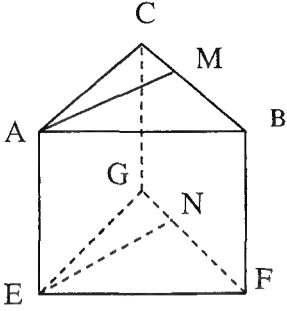
(أ) بين أن المستويين (EFG) و (HKT) متوازيان ، (ب) بين أن المستقيم (OH) عمودي على المستوى (EFG)

(4) عبر بدلالة R عن محيط المثلث OHK

تمرين عدد 15: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ثلاثيا $ABCEFG$ حيث ABC مثلث

غير قائم الزاوية. لتكن M المسقط العمودي لـ A على (BC) و N المسقط العمودي

لـ E على (FG)

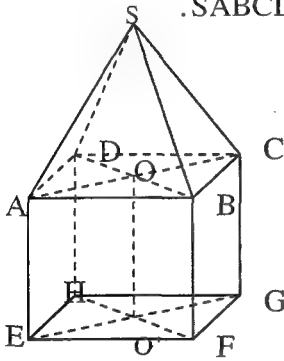


(1) أ) أثبت تقايس المثلثين ACM و EGN

ب) استنتج أن $CMNG$ مستطيل ثم أن (MN) و (AE) متوازيان.

(2) بين أن (MN) عمودي على (ABC) وأن (MN) عمودي على (EFG)

تمرين عدد 16: يمثل الشكل المصاحب مكعبا $ABCDEFGH$ وهرما منتظما $SABCD$.



O مركز $ABCD$ و O' مركز $EFGH$

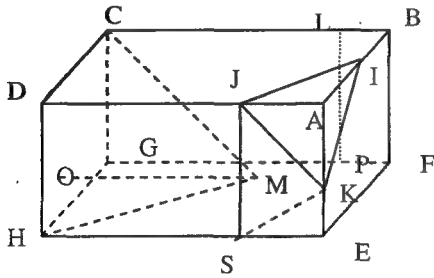
(1) بين أن $AEGC$ متوازي أضلاع

(2) استنتج أن (AE) و (OO') متوازيان.

(3) بين أن $(OO') \perp (ABC)$.

(4) استنتج أن النقاط S ؛ O و O' على استقامة واحدة.

تمرين عدد 17: ليكن متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ حيث $AB = AE = 4$ و $AD = 6$ (وحدة القياس هي الصم).



لتكن I نقطة من قطعة المستقيم $[AB]$ حيث $AI = x$.

لتكن J نقطة من $[AD]$ و K نقطة من $[AE]$ حيث $AI = AJ = AK$.

(1) عبر بدلالة x عن حجم الهرم المنتظم $AIJK$

(2) أ) بين أن المثلث IJK متقايس الأضلاع

ب) لتكن N المسقط العمودي لـ A على المستوى IJK . احسب AN

(3) نعتبر المستوى (P) القاطع لمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ المار من J والموازي للمستوى $(CDHG)$ حيث يقطع

كل من (BC) في L و (GF) في P و (HE) في S . ارسم الشكل المتحصل عليه.

(4) لتكن M نقطة من (P) و لتكن O المسقط العمودي لـ M على المستوى $(CDHG)$ بين أن الرباعي $JMOD$ مستطيل

(5) لنعتبر حجم الهرم $MCDHG$. أ) عبر بدلالة x عن V_2

ب) في حالة $(x = 4)$ أثبت أن $V_1 = V_2$; ج) بين أن $V_1 - V_2 = \frac{(x-4)(x^2+4x+48)}{6}$;

د) هل يمكن أن يتجاوز حجم الهرم المنتظم $AIJK$ حجم الهرم $MCDHG$.

فرض مراقبة ع-1-دد

تمرين ع-01-دد: (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

(أ) العدد 98765430 قابل للقسمة على: $\square 9$ ؛ $\square 15$ ، $\square 12$

(ب) 5.13 هو عدد: \square أصم ؛ \square حقيقي ، \square كسري

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) لكل عدد كسري كتابة عشرية دورية

(ب) العدد $3^{18} - 3^{19}$ قابل للقسمة على 6

تمرين ع-02-دد:

(أ) ليكن العدد الصحيح الطبيعي $a = 2 \times 5 \times y$ حيث y رقم احاده و x رقم مئاته أوجد x و y بحيث يكون العدد a قابلاً

للقسمة على 12 (أعط جميع الحلول)

(ب) بين أن العدد $5^{15} \times 14 - 5^{18} + 9 \times 5^{17}$ يقبل القسمة على 15

تمرين ع-03-دد: أرسم مستقيماً Δ مدرجاً بمعين (O;I) حيث $OI = 1\text{cm}$.

(أ) عين النقاط A ؛ B و C على Δ فاصلاتها على التوالي: $-\frac{5}{2}$ ؛ 3 و $\sqrt{2}$.

(ب) احسب الأبعاد OA ؛ AB ؛ BC و AC

(ج) حدد فاصلة النقطة M من المستقيم Δ إذا علمت أن $MC = 3\sqrt{2}$ و فاصلة M موجبة.

تمرين ع-04-دد: ليكن (O;I;J) معيناً في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$.

(1) (أ) عين النقطتين A(-3;4) و B(3;-4)

(ب) بين أن O منتصف [AB]

(2) (أ) عين النقطة M منظرية B بالنسبة إلى (OJ)

(ب) ما هي إحداثيات النقطة M ؟

(ج) بين أن A و M متناظرتان بالنسبة إلى (OI)

(د) بين أن $(AM) \parallel (OJ)$ (هـ) استنتج طبيعة المثلث ABM

(3) (أ) عين النقطة N منظرية M بالنسبة إلى O.

(ب) ما هي إحداثيات N (ج) بين أن $AB = MN$

فرض مراقبة ع-2-دد

تمرين ع-01-دد: (1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

(أ) إذا كان $A = -3\left(\sqrt{2} - \frac{2}{3}\right) - 5\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{5}\right)$ فإن: $A = 2(4 - \sqrt{2})$ ☐ ؛ $A = -2(4 - \sqrt{2})$ ☐ ؛ $A = -2(4 + \sqrt{2})$ ☐

(ب) إذا كان $E = (a - \sqrt{2}) - (2\sqrt{2} + b) - \left(\frac{1}{3} - 3\sqrt{2}\right)$ و $a - b = \frac{1}{3}$ فإن: $E = \frac{2}{3}$ ☐ ؛ $E = 0$ ☐ ؛ $E = -\sqrt{2}$ ☐

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) العدد $3\sqrt{2} + \sqrt{17}$ مقلوب العدد $3\sqrt{2} - \sqrt{17}$

(ب) مهما يكن العددين الحقيقيان الموجبان a و b فإن: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

تمرين ع-02-دد: اختصر العبارات التالية: $a = \sqrt{32} - 3\sqrt{50} - \frac{1}{2}\sqrt{18}$ ؛ $b = -2\sqrt{125} + \frac{3}{2}\sqrt{80} - \frac{2}{3}\sqrt{45}$

$d = |3.14 - \pi| + [\pi - 3.14]$ ؛ $c = |1 - \sqrt{2}| - |2 - \sqrt{2}|$

تمرين ع-03-دد: (1) أوجد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية:

$x^2 - 1 = 0$ ؛ $x^2 = 49$ ؛ $|x + \sqrt{3}| = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ؛ $\left|x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right| = 0$

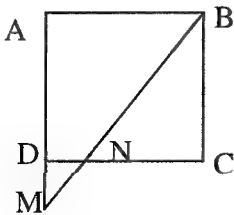
(2) نعتبر العددين $a = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

(أ) بين أن a مقلوب b

(ب) احسب: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ؛ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{a}{\sqrt{5}} + \frac{b}{\sqrt{6}}$

تمرين ع-04-دد: (وحدة القيس هي الصنتيمتر)

(1) ABC مثلث بحيث $AB = 4$ ؛ $BC = 6$ و I منتصف $[AB]$. المستقيم المار من I والموازي لـ (BC) يقطع (AC)

في J .(أ) بين أن J منتصف $[AC]$ (ب) احسب IJ .

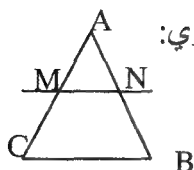
(2) لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD مربع طول ضلعه 3 ؛ $MB = 5$ و $DM = 1$

احسب: BN ؛ NC ؛ DN ؛ MN

فرض تأليفي ع1-دد

تمرين ع1-دد: (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم: وحدة القيس هي الصنتمتر

(أ) إذا كان $x \in \mathbb{R}_-$ فإن $\sqrt{x^2}$ يساوي: $x \boxtimes$ ؛ $-x \boxtimes$ ، $x^2 \boxtimes$



(ب) لاحظ الشكل المقابل حيث $AM=2$ ؛ $AC=5$ و $BC=3$ إذن MN يساوي:

$\frac{5}{6} \boxtimes$ ؛ $\frac{5}{3} \boxtimes$ ، $\frac{6}{5} \boxtimes$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) ليكن a ؛ b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية، إذا كان a يقبل القسمة على b و c فإن a يقبل القسمة على bc

(ب) كل عدد حقيقي له كتابة عشرية دورية هو عدد أصم

تمرين ع2-دد: نعتبر العددين $a = \sqrt{245} + \sqrt{11} - 2\sqrt{20} - \sqrt{99}$ و $b = \sqrt{180} - 2\sqrt{11} + 2\sqrt{44} - 3\sqrt{5}$

(أ) بين أن $a = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$ و $b = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{11}$

(ب) بين أن a مقلوب b . (ج) احسب $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

تمرين ع3-دد: نعتبر العبارتين $A = x^2 - x\sqrt{5}$ و $B = (x - \sqrt{5})(x + 1) + x^2 - x\sqrt{5}$

(أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارتين A و B

(ب) احسب $|A|$ و $|B|$ إذا علمت أن $x = 2$. (ج) أوجد العدد x إذا علمت أن $A = B$

تمرين ع4-دد: ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ حيث $AB=9$ ثم عين عليها النقطتين M و N بحيث

$$AM = \frac{MN}{3} = \frac{BN}{4}$$

تمرين ع5-دد: وحدة القيس هي الصنتمتر

ABCD متوازي أضلاع حيث $AB=3$ ؛ $AD=4$ و I منتصف $[BC]$.

(1) المستقيمان (BD) و (AI) يتقاطعان في O . بين أن $\frac{OI}{OA} = \frac{1}{2}$

(2) المستقيمان (DI) و (AB) يتقاطعان في J .

(أ) بين أن $\frac{JA}{JB} = 2$

(ب) بين أن $\frac{JB}{DC} = 1$ ثم استنتج أن B منتصف $[AJ]$. (ج) بين أن I منتصف $[DJ]$.

(3) بين أن O مركز ثقل المثلث ADJ

فرض مراقبة ع3-دد
وحدة القيس هي الصنتمتر

تمرين ع01-دد: (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

(أ) مهما يكن العدد الصحيح النسبي n فإن $\frac{2\sqrt{2}^{n-2} \times \sqrt{6}^{1-n}}{\sqrt{3}^{-n}}$ يساوي: \square $2\sqrt{3}$ ؛ \square $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ؛ \square $\sqrt{6}$

(ب) إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB=3$ ؛ $AC=4$ و $[AH]$ ارتفاعه فإن AH يساوي:

\square $\frac{6}{5}$ ؛ \square $\frac{9}{5}$ ؛ \square $\frac{12}{5}$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) ليكن a ؛ b ؛ c ؛ d أربعة أعداد حقيقية ، إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن $ac \leq bd$

(ب) إذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه $\sqrt{2}$ فإن قيس طول ارتفاعه $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين ع02-دد: (1) احسب العبارات التالية: $a = 3(\sqrt{2})^{-4} - 2(\sqrt{3})^{-2} - \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}$

$$b = \left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^3 \times \left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-3} \times \sqrt{\frac{1}{3}} - \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-2} \times 3^{-1} + (\sqrt{3})^{-4}$$

(2) نعتبر العددين $x = \frac{(\sqrt{3})^3}{\sqrt{3} \times (\sqrt{5})^{-1}}$ و $y = \sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{48}$

(أ) بين أن $x = 3\sqrt{5}$ ؛ $y = 5\sqrt{3}$

(ب) قارن بين x و y

(ج) استنتج مقارنة بين $-\frac{1}{y}$ و $-\frac{1}{x}$

تمرين ع03-دد:

لاحظ الشكل المقابل حيث $ABCD$ مربع طول ضلعه 3 ؛

H منتصف $[DE]$ و ADE مثلث متقايس الأضلاع.

احسب AH و AC

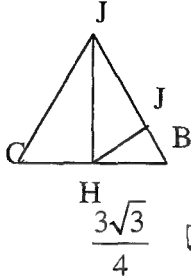
تمرين ع04-دد: $ABCD$ مستطيل حيث $AD=5$ ؛ $AB=8$ و M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AD]$ حيث

$$AN = AM = 3$$

(أ) احسب MC ؛ MN و NC . (ب) بين أن المثلث MNC قائم الزاوية.

فرض مراقبة عدد
وحدة القيس هي الصنتمتر

تمرين ع-01-دد: 1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:



(أ) $(3\sqrt{2} - 7\sqrt{5})(7\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$ يساوي : $\boxtimes -225$ ؛ $\boxtimes -226$ ، $\boxtimes -227$

(ب) في الرسم المقابل ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 3 و [AH] ارتفاعه

و J المسقط العمودي لـ H على (AB) إذن HJ يساوي $\boxtimes \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\boxtimes \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، $\boxtimes \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) ليكن a و b عددين حقيقيين ، إذا كان $a^2 < b^2$ فإن $a < b$

(ب) إذا كان $a \in \mathbb{R}_-$ فإن $-a^{2n+1} \in \mathbb{R}_-$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

تمرين ع-02-دد: 1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $b > 1$ و $0 < a < 1$.

(أ) بين أن $\frac{a}{1+b} < \frac{b}{1+a}$ ؛ (ب) قارن بين $\frac{a+b}{4}$ و $\frac{ab}{a+b}$

(2) نعتبر العددين $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ و $y = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

(أ) احسب xy ثم استنتج أن x مقلوب y

(ب) احسب $(x+y)^2$ ثم استنتج $x+y$

(ج) احسب: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

تمرين ع-03-دد: ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = x$ و $AC = x+2$ حيث $x \in \mathbb{R}_+^*$.

بين أن $BC = \sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2 + 1}$

تمرين ع-04-دد: نعتبر الدائرة (ع) مركزها O وقطرها [AB] حيث $AB = 10$ و M نقطة من (ع) حيث

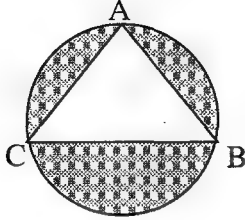
$AM = 6$

(1) أ) بين أن المثلث ABM قائم الزاوية

(ب) احسب BM

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ H على (AB). احسب MH و HO

فرض تألّيفي ع2-دد
وحدة القيس هي الصنتمتر



تمرين ع-01-دد: 1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

- (أ) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ يساوي: $\sqrt{2}-1$ \square ؛ $\sqrt{2}+1$ \square ، $1-\sqrt{2}$ \square
 (ب) لاحظ الشكل التالي حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 4 و
 ج الدائرة المحيطة به شعاعها 2. إذن المساحة المشطوبة تساوي :
 $4(\pi-\sqrt{3})$ \square ، $2(\pi-\sqrt{3})$ \square ؛ $4(\pi-\sqrt{2})$ \square

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ عدد صحيح طبيعي

(ب) إذا كان $a \in \mathbb{R}_-$ فإن: $\sqrt{a^2} = a$

تمرين ع-02-دد: نعتبر العددين $a = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ ؛ $b = \sqrt{3} - 2$

(أ) بين أن $a < 0$ و $b < 0$

(ب) بين أن $a^2 - b^2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$

(ج) قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{10}$ ثم استنتج مقارنة بين a و b

تمرين ع-03-دد: 1) a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث $a+b=10$ و $ab=1$

(أ) احسب $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ ثم استنتج $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

(ب) احسب $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

(2) نعتبر العبارة $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) احسب E إذا كان $x = -\sqrt{7}$

(ب) انشر $(2 - \sqrt{3})^2$

(ج) فكك E إلى جذاء عوامل.

تمرين ع-04-دد: لاحظ الرسم المقابل حيث EFG مثلث قائم الزاوية في E

و [EH] ارتفاعه و O منتصف [FG] و EH = 2 و $HO = \frac{3}{2}$.

احسب EO ؛ FG ؛ EF و EG.

تمرين ع-05-دد: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث BC = 3 و AB = 2.5.

(1) (أ) ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى A

(ب) بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C

(ج) احسب DC

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (DC)

(أ) بين أن H منتصف [DC] ؛ (ب) احسب AH.

فرض مراقبة عدد
وحدة القيس هي الصنمتر

تمرين ع-01-دد: (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

(أ) حل المعادلة $2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ في \mathbb{R} هو : $\frac{1}{\sqrt{2}}$ \square ؛ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ \square ، $-\sqrt{2}$ \square

(ب) رباعي محدب قطراه متعامدان في منتصفهما هو : \square مربع ؛ \square مستطيل ، \square معين
(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) العدد $\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة $x^2 - 2 = 0$ في \mathbb{Q}

(ب) رباعي محدب قطراه متعامدان و متقايسان هو مربع

تمرين ع-02-دد: (1) نعتبر العبارة $A = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) بين أن $A = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - 2$

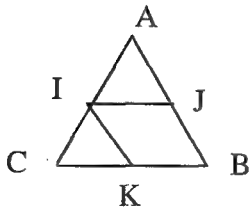
(ب) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل (ج) حل في \mathbb{R} المعادلة $A = 0$

(2) نعتبر العدد الحقيقي x حيث $x \in]-3; -1[$

(أ) بين أن $x + 5 \neq 0$

(ب) بين أن $\frac{2(x+2)}{x+5} = 2 - \frac{6}{x+5}$ (ج) استنتج حصر $\frac{2(x+2)}{x+5}$

تمرين ع-03-دد: لاحظ الرسم المقابل حيث ABC مثلث والنقاط I ؛ J و K منتصفات كل من



$[AC]$ ؛ $[AB]$ و $[BC]$ على التوالي.

(1) بين أن $IJBK$ متوازي أضلاع

(2) نعتبر $AB = x$ ؛ $BC = x + 1$ و $AC = x + 2$ حيث $x > 0$

(أ) بين أن $x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$

(ب) فكك العبارة $x^2 - 2x - 3$ إلى جذاء عوامل؛ (ج) ابحث عن x ليكون الرباعي $IJBK$ مستطيل

تمرين ع-04-دد: ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = 4$ و $AC = 3$

(أ) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A

(ب) ما هي طبيعة الرباعي $BCEF$ ؟ ; (ج) احسب مساحة الرباعي $BCEF$ ومحيطه .

فرض مراقبة عدد

تمارين ع-01دد: (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:

(أ) مجموعة حلول المتراجحة $2(x+1)^2 \leq 8\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1\right)$ هي : \square $]-\infty; 8[$ ؛ \square $]4; +\infty[$ ، \square \mathbb{R} (ب) مهما يكن العدد الحقيقي x فإن $|x| > 2$ يعني

\square $x \in]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$ ؛ \square $x \in]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$ ؛ \square $x \in]-2; 2[$ ، \square $x \in]-2; 2[$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) التواتر التراكمي يساوي ناتج ضرب التكرار التراكمي في التكرار الجملي

(ب) كل مستقيم عمودي على مستوفي نقطة هو عمودي على كل مستقيمتين هذا المستوى والمارة من تلك النقطة.

تمارين ع-02دد: نعتبر العبارة $A = x^2 - 2\sqrt{2}x - 3$ حيث $x \in \mathbb{R}$ (أ) احسب A في حالة $x = (1 + \sqrt{2})$ (ب) بين أن $A = (x - \sqrt{2})^2 - 5$ (ج) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل(د) حل في \mathbb{R} المعادلة $A = 0$ (هـ) حل في \mathbb{R} المتراجحة $A > (x - \sqrt{5})^2$

تمارين ع-03دد: يمثل الجدول التالي الأعداد التي تحصل عليها 25 تلميذ في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات:

العدد من 20	7	9	10	12	15	18
عدد التلاميذ	2	3	6	8	5	1
التواترات بالنسبة المئوية						
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية						

(1) أكمل الجدول

(2) احسب معدل القسم في هذا الفرض

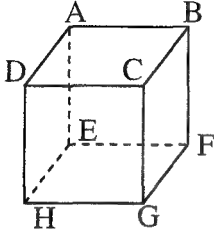
(3) احسب مدى هذه السلسلة الإحصائية

(4) ما هو مدى هذه السلسلة الإحصائية؟

(5) ارسم مضلع التواترات لهذه السلسلة الإحصائية

(6) ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية

تمرين 04-دد: لاحظ الرسم المقابل حيث ABCDEFGH مكعب طول حرفه 4



(1) أ) بين أن المثلث ACG قائم الزاوية في C

ب) احسب AC و AG

(2) لتكن I منتصف [BF] و J منتصف [HG]

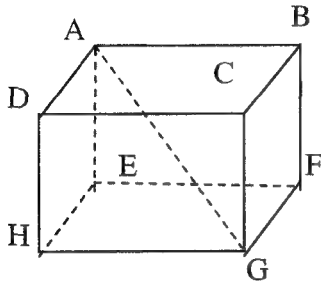
أ) بين أن المثلث IFJ قائم الزاوية في F

ب) احسب FJ و IJ

فرض تأليفي ع3-دد
وحدة القيس هي الصنتمتر

تمرين ع1-دد:

- (1) ضع العلامة \boxtimes أمام المقترح السليم:
(أ) 8 تلاميذ تحصلوا على الأعداد التالية: 9؛ 10؛ 12؛ 13؛ 15؛ 16؛ 18 و 19. تواتر الذين تحصلوا على أعداد بين 11 و 17 يساوي: \square 40% ؛ \square 60% ، \square 50%.



(ب) لاحظ الرسم المقابل حيث ABCDEFGH متوازي مستطيلات

و $BC = b$ ؛ $AB = a$

و $AE = h$ إذن: AG يساوي:

$\square \sqrt{a^2 + b^2 - h^2}$ ؛ $\square \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$ ، $\square \sqrt{a^2 + h^2 - b^2}$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) المتراجحة $x^2 + 2x + 1 < 0$ لها حلول في IR

(ب) كل رباعي له ضلعان متتاليان متقايسان وقطراه متعامدان هو معين

تمرين ع2-دد:

كيس يحتوي على 8 كويرات: 3 زرقاء و 5 حمراء نسحب كويرتان الواحدة تلو الأخرى دون النظر إليهما وكل مرة نرجع الكويرة المسحوبة

(أ) أوجد عدد إمكانيات السحب

(ب) ما هو احتمال سحب كويرتين زرقاويتين؟

(ج) ما هو احتمال سحب كويرتين حمراويتين؟

(د) ما هو احتمال سحب كويرتين لهما نفس اللون؟

(هـ) ما هو احتمال سحب كويرتين مختلفتين في اللون؟

تمرين ع3-دد:

يمثل الجدول التالي توزيعا لتلاميذ السنة التاسعة بإحدى المدارس الإعدادية حسب أعدادهم المتحصلين عليها في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات.

العدد من 20	[20;15]	[15;10]	[10;5]	[5;0]
عدد التلاميذ	70	100	60	20
التواترات بالنسبة المئوية				
التواترات التراكمية بالصاعدة بالنسبة المئوية				

(أ) أكمل الجدول

(ب) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التواترات التراكمية

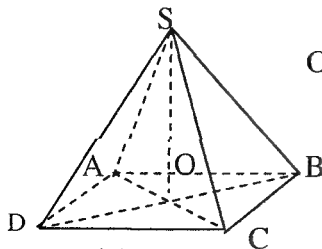
(ج) استنتج متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

تمرين ع4-دد: يمثل الرسم المقابل هرمًا SABCD منتظما قاعدته مربع مركزه O

وارتفاعه [SO] حيث $AB = 3$ و $SO = 6$

(1) أ) بين أن المثلث SOA قائم الزاوية في O

(ب) احسب SA



(2) لتكن I منتصف [SA] و J منتصف [SB]

(أ) بين أن $(IJ) \parallel (ABC)$

(ب) احسب IJ

(3) لتكن H المسقط العمودي لـ O على [SB]. احسب OH

تمرين 05-دد: لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD شبه منحرف قائم و $AB = 5$ ؛

$DC = 7$ ؛ $AD = 3$ و $AM = NC = x$ و $(0 < x < 5)$

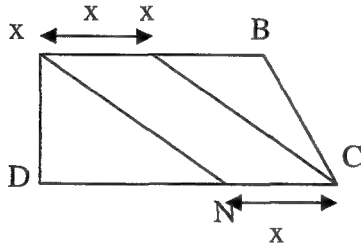
(1) بين أن AMCN متوازي أضلاع.

(2) نعتبر S_1 مساحة المثلث ADN و S_2 مساحة الرباعي AMCN و S_3 مساحة المثلث BMC.

(أ) احسب بدلالة x S_1 ؛ S_2 و S_3

(ب) ابحث عن x لتكون مساحة المثلث ADN مساوية لمساحة الرباعي AMNC.

(ج) ابحث عن مجموعة الأعداد x لتكون مساحة المثلث BMC أكبر من مساحة الرباعي AMCN.



تفريغ ص 01-خطا (2 و 4 ليسا أوليين فيما بينهما) ؛ (ب صواب (5 و 9 أوليان فيما بينهما)
 (ج) صواب (7 و 11 أوليان فيما بينهما) ؛ (د خطأ (3 و 24 ليسا أوليين فيما بينهما)
 (هـ) صواب (مجموع أرقامه 12 إذا يقبل القسمة على 3 وربما أنه يقبل القسمة على 5 فإنه يقبل القسمة على 15)
 (و) خطأ (4 يقسم 12 و 6 يقسم 24 $4 \times 6 = 24$ لا يقسم 12) ملاحظة: يكون الحواب صحيحة في حالة p و m أوليان فيما بينهما.

تفريغ ص 02-العدد:

(أ) ☒ يقبل القسمة على 4 (لأن العدد المكون من رقميه الأخيرين 48 يقبل القسمة على 4)

(ب) ☒ يقبل القسمة على 15 (لأنه يقبل القسمة على 3 و 5) ؛ (ج) ☒ $a = 84$ ($a = \frac{420 \times 14}{70} = 84$)

(د) $x = 5$ (a يقبل القسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 أي إذا كان رقم أحده (0 أو 5) .
 ومجموع أرقامه من مضاعفات 3. لذا $x = 2$ أو $x = 5$ أو $x = 8$ وربما أن x عدد فردي فإن $x = 5$)

تفريغ ص 03-العدد:

العدد	2	3	4	5	6	8	12	15	25
639084	x	x	x		x		x		
324075		x	x					x	x
1314072	x	x	x	x	x	x	x	x	
697800	x	x	x	x	x	x	x	x	x

تفريغ ص 04-العدد: يكون العدد a قابلا للقسمة على 6 إذا كان قابلا للقسمة على 2 و 3 ويكون قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد الممكن من أحاده وعشراته $(x0)$ قابلا للقسمة على 25 لذا القيم الممكنة لـ x هي 0 أو 5 وربما أن رقم أحده " 0 " فهو يقبل القسمة على 2 بقي أن يكون قابلا للقسمة على 3 لذا يجب أن تكون مجموع أرقامه من مضاعفات 3: فإن القيم الممكنة للعدد a هي:
 8547000 ؛ 8547300 ؛ 8547600 ؛ 8547900 ؛ 8547150 ؛ 8547450 ؛ 8547750

8547750 ؛ 8547450

تفريغ ص 05-العدد: يكون العدد b قابلا للقسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 ويكون قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد

المكون من أحاده وعشراته (bx) من مضاعفات 4 لذا يكون العدد b قابلا للقسمة على 15 و 4 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 4 وفي

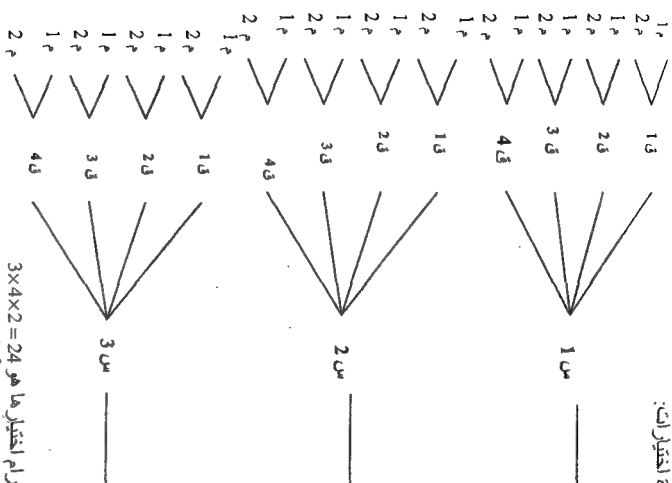
أي إذا كان رقم أحده "0" ومجموع أرقامه من مضاعفات 3 والعدد المكون من أحاده وعشراته من مضاعفات 4 وفي

هاته الحالة فإن $x = 0$ و $y = 4$ وبالتالي: $b = 65109840$

تفريغ ص 06-العدد: يكون العدد x قابلا للقسمة على 12 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 4 ويكون قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المكون من أحاده وعشراته ومئاته (100) من مضاعفات 8 يعني العدد 100 يقبل القسمة على 8 ومجموع أرقام العدد x من مضاعفات 3. وفي هاته الحالة فإن $(b = 4)$ و $(a = 1)$ أو $a = 4$ أو $a = 7$ وبالتالي القيم الممكنة للعدد x هي: 96787104 ؛ 96784104 ؛ 96781104

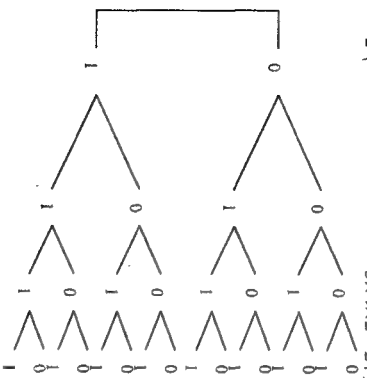
الاصلاح

تمثيلين ص 29- عدد: يمكن أن نستعمل شجرة اختيارات:



وبالتالي عدد التبادلي الممكنة التي يمكن لمرم اختيارها هو $3 \times 4 \times 2 = 24$

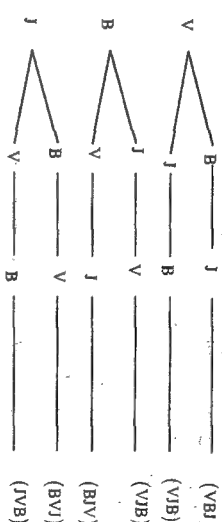
تمثيلين ص 30- عدد:



إنه هناك 16 رمزا.

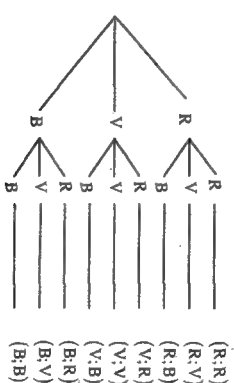
لون المثلث	لون المستطيل	لون القرص	الطرق
D	R	الداخلي D	

(2)



السحب الأول

السحب الثاني



إنه عدد إمكانيات التوزيع هي 6

تمثيلين ص 28- عدد:

(1) عدد الإمكانيات هو 9

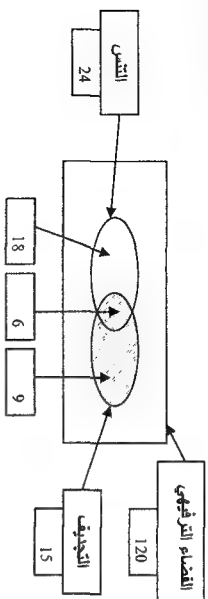
6 (4) ؛ 3 (3) ؛ 1 (2)

طريقة ثانية

B	V	R	سحب ثاني	سحب أول
(R;B)	(R;V)	(R;R)		R
(V;B)	(V;V)	(V;R)		V
(B;B)	(B;V)	(B;R)		B

عدد الإمكانيات هو 9.

تبرين عدد 32 عدد:

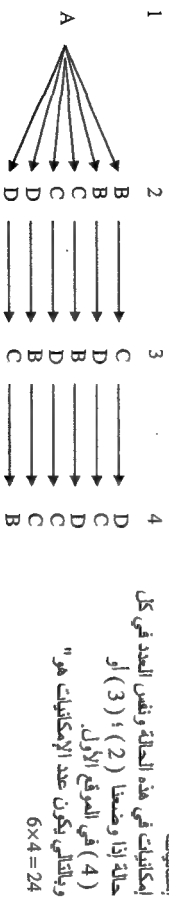


$$(2) \text{ عدد الذين لا يمارسون كلتا الرياضتين : } 87 = 120 - (18 + 6 + 9)$$

(ب) 18 هو عدد الأشخاص الذين يمارسون التمس فقط.

(ج) عدد الأشخاص الذين يمارسون رياضة واحدة على الأقل هو $120 - 87 = 33$ أو $18 + 6 + 9 = 33$

تبرين عدد 3 عدد: نتحصل على شجرة الاختيار التالية للمواقع (1) في الموقع A إننا توجد 6 إمكانيات



إمكانيات في هذه الحالة ونفس العدد في كل حالة إذا وضعنا (2) ؛ (3) أو (4) في الموقع الأول.

وبالتالي يكون عدد الإمكانيات هو "

والتالي يكون عدد الإمكانيات هو "

 $6 \times 4 = 24$

تبرين عدد 3 عدد:

عدد الإمكانيات: $5 \times 4 \times 3 = 60$

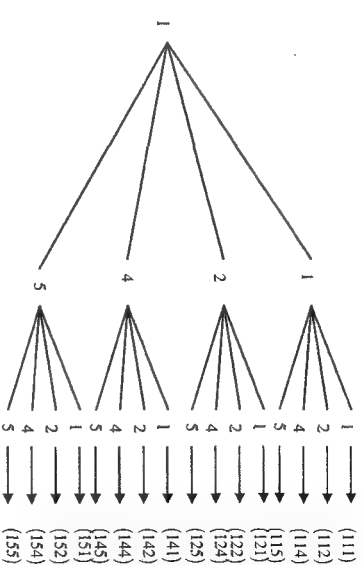
رقم العشرات

رقم المئات

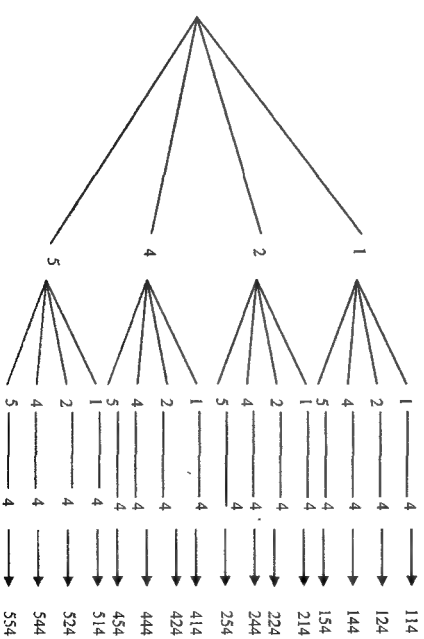
رقم الآحاد

الأعداد

تبرين عدد 3 عدد:

إذا كان رقم المئات 1 فإن عدد الإمكانيات 16: وبالتالي نتحصل على $16 \times 4 = 64$ عدد

الأعداد رقم الآحاد رقم المئات رقم العشرات رقم المئات



(2)

هناك 16 عدد

من الدور الموالي وبالتالي الرقم الذي رتبته 257 بعد الفاصل هو 2.

(3) $3 \times 670 = 2010$ إذن للحصول على 2010 رقم بعد الفاصل في الكتابة $321,9$ نكتب 670 دورا إذن الرقم الثالث

تكون رتبته 2010 وهو 1

تبريرين ص09-حد: $2 + 3 \times 67 = 203$ إذن الرقم الذي رتبته 203 في الكتابة $1,xyz$ هو y وبالتالي $5 = y$

$1 + 3 \times 229 = 688$ إذن الرقم الذي رتبته 688 في الكتابة $11,xyz$ هو x وبالتالي $3 = x$

$11,xyz = 11,357$ إذن: $z = 7$ وبالتالي z هو 7 وبالتالي $11,xyz$ في الكتابة 858 رتبته

تبريرين ص10-حد: $x^2 = 1$ * $x = 1$ أو $x = -1$ ، $x^2 = 0,09$ * $x = 0,3$ أو $x = -0,3$ ،

$x^2 = 5$ * $x = \sqrt{5}$ يعني $x^2 = 5$ ، $x = -\sqrt{5}$ ؛

$x^2 = 4$ يعني $x^2 = 4$ يعني $x = 2$ أو $x = -2$ ؛

$x^2 = 7$ وبالتالي $x^2 = 7$ أو $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$.

تبريرين ص11-حد: $x = 15^*$ $x = 15^2 = 225$ يعني $\sqrt{x} = 23$ * ؛ $x = 23^2 = 529$ يعني $\sqrt{x} = 23$ * ؛

$\sqrt{x+9} = 7$ $x+9 = 49$ $x = 40$ ؛

$\sqrt{x-11} = 11$ $x-11 = 121$ $x = 132$ وبالتالي $x = 121+11 = 132$ ؛

$\sqrt{x} + \sqrt{x} = 4$ $\sqrt{x} = 2$ $x = 4$ ؛

$\sqrt{x} = 7$ $x = 49$ ؛

$\sqrt{2+\sqrt{x}} = 9$ $\sqrt{2+\sqrt{x}} = 9$ $\sqrt{x} = 81$ $x = 6561$ ؛

تبريرين ص12-حد: $\frac{19}{11} = 1,72$ ؛ $\frac{14}{11} = 1,27$ ؛ $\frac{3}{11} = 0,27$ ؛

$\frac{19}{11} + \frac{3}{11} = 2$ ؛ $\frac{19}{11} + \frac{14}{11} = 3$ ؛ $\frac{19}{11} + \frac{14}{11} + \frac{3}{11} = 3$ ؛

تبريرين ص14-حد: $3 \times 105 = 315$ $317 - 2 = 315$ إذن الرقم الذي رتبته 317 في الكتابة $31,73abc$ هو c وبالتالي $c = 1$ ؛

$3 \times 137 + 2 = 413$ $415 - 2 = 413$ إذن الرقم الذي رتبته 415 في الكتابة $31,73abc$ هو b وبالتالي $b = 6$ ؛

$3 \times 167 + 1 = 502$ $504 - 2 = 502$ إذن الرقم الذي رتبته 504 في الكتابة $31,73abc$ هو a وبالتالي $a = 9$ ؛

$31,73abc = 31,73961$

تبريرين ص10-حد: أ) خطأ ، ب) صواب ، ج) خطأ ، د) صواب ، هـ) خطأ ، و) خطأ ، ي) صواب

تبريرين ص12-حد: (1) أصب؛ (2) كسري ، (3) عشري ، (4) $x = \sqrt{5}$ ، (5) $a = \pi^2$

تبريرين ص13-حد: $\frac{1}{3} = 0,3$ ؛ $\frac{12}{11} = 1,09$ ؛ $\frac{64}{11} = 5,81$ ؛ $1,6 = 1,6$ ؛ $2 + 1 = 3$ ؛

$4 - \frac{14}{3} = 4 - 4,6 = -0,6$ ؛ $10 - 1 = 9$ ؛ $0,90 - 1 = -0,10$ ؛

تبريرين ص14-حد: $0,2 \in A$ ؛ $\sqrt{0,04} = 0,2$ ؛ $\frac{8}{4} = 2$ ؛ $\frac{\sqrt{64}}{4} = 2$ ؛ $2,6 \in A$ ؛ $3,14 \in A$ ؛ $-1,6 \in A$ ؛

$A \subset \mathbb{R}$ ، $A \subset \mathbb{Q}$ ، $A \subset \mathbb{Z}$ ؛ $\left\{ -\sqrt{2}, -\frac{126}{2}, \frac{2}{10} = 0,2 \right\} \subset A$ ،

$A \cap \mathbb{N} = \left\{ \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$ ، $A \cap \mathbb{D} = \left\{ \sqrt{0,04}, 6,24, \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$ ، $A \cap \mathbb{Q} = \left\{ \frac{5}{3}, 2,63, \sqrt{0,04}, 6,24, \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$ ؛

$A \cap \mathbb{R} = \left\{ -\sqrt{2}, -\frac{5}{3}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{5} \right\}$ ، $A \cap \mathbb{I} = \left\{ \pi, 2,63, \sqrt{0,04}, 6,24, \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$ ، $A \cap \mathbb{Z} = \left\{ \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$ ؛

تبريرين ص15-حد: (1) $2,09$ ؛ (2) $2,09$ ؛ (3) $2,09$ ؛ (4) $2,09$ ؛ (5) $2,09$ ؛ (6) $2,09$ ؛ (7) $2,09$ ؛ (8) $2,09$ ؛ (9) $2,09$ ؛ (10) $2,09$ ؛ (11) $2,09$ ؛ (12) $2,09$ ؛ (13) $2,09$ ؛ (14) $2,09$ ؛ (15) $2,09$ ؛ (16) $2,09$ ؛ (17) $2,09$ ؛ (18) $2,09$ ؛ (19) $2,09$ ؛ (20) $2,09$ ؛ (21) $2,09$ ؛ (22) $2,09$ ؛ (23) $2,09$ ؛ (24) $2,09$ ؛ (25) $2,09$ ؛ (26) $2,09$ ؛ (27) $2,09$ ؛ (28) $2,09$ ؛ (29) $2,09$ ؛ (30) $2,09$ ؛ (31) $2,09$ ؛ (32) $2,09$ ؛ (33) $2,09$ ؛ (34) $2,09$ ؛ (35) $2,09$ ؛ (36) $2,09$ ؛ (37) $2,09$ ؛ (38) $2,09$ ؛ (39) $2,09$ ؛ (40) $2,09$ ؛ (41) $2,09$ ؛ (42) $2,09$ ؛ (43) $2,09$ ؛ (44) $2,09$ ؛ (45) $2,09$ ؛ (46) $2,09$ ؛ (47) $2,09$ ؛ (48) $2,09$ ؛ (49) $2,09$ ؛ (50) $2,09$ ؛ (51) $2,09$ ؛ (52) $2,09$ ؛ (53) $2,09$ ؛ (54) $2,09$ ؛ (55) $2,09$ ؛ (56) $2,09$ ؛ (57) $2,09$ ؛ (58) $2,09$ ؛ (59) $2,09$ ؛ (60) $2,09$ ؛ (61) $2,09$ ؛ (62) $2,09$ ؛ (63) $2,09$ ؛ (64) $2,09$ ؛ (65) $2,09$ ؛ (66) $2,09$ ؛ (67) $2,09$ ؛ (68) $2,09$ ؛ (69) $2,09$ ؛ (70) $2,09$ ؛ (71) $2,09$ ؛ (72) $2,09$ ؛ (73) $2,09$ ؛ (74) $2,09$ ؛ (75) $2,09$ ؛ (76) $2,09$ ؛ (77) $2,09$ ؛ (78) $2,09$ ؛ (79) $2,09$ ؛ (80) $2,09$ ؛ (81) $2,09$ ؛ (82) $2,09$ ؛ (83) $2,09$ ؛ (84) $2,09$ ؛ (85) $2,09$ ؛ (86) $2,09$ ؛ (87) $2,09$ ؛ (88) $2,09$ ؛ (89) $2,09$ ؛ (90) $2,09$ ؛ (91) $2,09$ ؛ (92) $2,09$ ؛ (93) $2,09$ ؛ (94) $2,09$ ؛ (95) $2,09$ ؛ (96) $2,09$ ؛ (97) $2,09$ ؛ (98) $2,09$ ؛ (99) $2,09$ ؛ (100) $2,09$ ؛ (101) $2,09$ ؛ (102) $2,09$ ؛ (103) $2,09$ ؛ (104) $2,09$ ؛ (105) $2,09$ ؛ (106) $2,09$ ؛ (107) $2,09$ ؛ (108) $2,09$ ؛ (109) $2,09$ ؛ (110) $2,09$ ؛ (111) $2,09$ ؛ (112) $2,09$ ؛ (113) $2,09$ ؛ (114) $2,09$ ؛ (115) $2,09$ ؛ (116) $2,09$ ؛ (117) $2,09$ ؛ (118) $2,09$ ؛ (119) $2,09$ ؛ (120) $2,09$ ؛ (121) $2,09$ ؛ (122) $2,09$ ؛ (123) $2,09$ ؛ (124) $2,09$ ؛ (125) $2,09$ ؛ (126) $2,09$ ؛ (127) $2,09$ ؛ (128) $2,09$ ؛ (129) $2,09$ ؛ (130) $2,09$ ؛ (131) $2,09$ ؛ (132) $2,09$ ؛ (133) $2,09$ ؛ (134) $2,09$ ؛ (135) $2,09$ ؛ (136) $2,09$ ؛ (137) $2,09$ ؛ (138) $2,09$ ؛ (139) $2,09$ ؛ (140) $2,09$ ؛ (141) $2,09$ ؛ (142) $2,09$ ؛ (143) $2,09$ ؛ (144) $2,09$ ؛ (145) $2,09$ ؛ (146) $2,09$ ؛ (147) $2,09$ ؛ (148) $2,09$ ؛ (149) $2,09$ ؛ (150) $2,09$ ؛ (151) $2,09$ ؛ (152) $2,09$ ؛ (153) $2,09$ ؛ (154) $2,09$ ؛ (155) $2,09$ ؛ (156) $2,09$ ؛ (157) $2,09$ ؛ (158) $2,09$ ؛ (159) $2,09$ ؛ (160) $2,09$ ؛ (161) $2,09$ ؛ (162) $2,09$ ؛ (163) $2,09$ ؛ (164) $2,09$ ؛ (165) $2,09$ ؛ (166) $2,09$ ؛ (167) $2,09$ ؛ (168) $2,09$ ؛ (169) $2,09$ ؛ (170) $2,09$ ؛ (171) $2,09$ ؛ (172) $2,09$ ؛ (173) $2,09$ ؛ (174) $2,09$ ؛ (175) $2,09$ ؛ (176) $2,09$ ؛ (177) $2,09$ ؛ (178) $2,09$ ؛ (179) $2,09$ ؛ (180) $2,09$ ؛ (181) $2,09$ ؛ (182) $2,09$ ؛ (183) $2,09$ ؛ (184) $2,09$ ؛ (185) $2,09$ ؛ (186) $2,09$ ؛ (187) $2,09$ ؛ (188) $2,09$ ؛ (189) $2,09$ ؛ (190) $2,09$ ؛ (191) $2,09$ ؛ (192) $2,09$ ؛ (193) $2,09$ ؛ (194) $2,09$ ؛ (195) $2,09$ ؛ (196) $2,09$ ؛ (197) $2,09$ ؛ (198) $2,09$ ؛ (199) $2,09$ ؛ (200) $2,09$ ؛ (201) $2,09$ ؛ (202) $2,09$ ؛ (203) $2,09$ ؛ (204) $2,09$ ؛ (205) $2,09$ ؛ (206) $2,09$ ؛ (207) $2,09$ ؛ (208) $2,09$ ؛ (209) $2,09$ ؛ (210) $2,09$ ؛ (211) $2,09$ ؛ (212) $2,09$ ؛ (213) $2,09$ ؛ (214) $2,09$ ؛ (215) $2,09$ ؛ (216) $2,09$ ؛ (217) $2,09$ ؛ (218) $2,09$ ؛ (219) $2,09$ ؛ (220) $2,09$ ؛ (221) $2,09$ ؛ (222) $2,09$ ؛ (223) $2,09$ ؛ (224) $2,09$ ؛ (225) $2,09$ ؛ (226) $2,09$ ؛ (227) $2,09$ ؛ (228) $2,09$ ؛ (229) $2,09$ ؛ (230) $2,09$ ؛ (231) $2,09$ ؛ (232) $2,09$ ؛ (233) $2,09$ ؛ (234) $2,09$ ؛ (235) $2,09$ ؛ (236) $2,09$ ؛ (237) $2,09$ ؛ (238) $2,09$ ؛ (239) $2,09$ ؛ (240) $2,09$ ؛ (241) $2,09$ ؛ (242) $2,09$ ؛ (243) $2,09$ ؛ (244) $2,09$ ؛ (245) $2,09$ ؛ (246) $2,09$ ؛ (247) $2,09$ ؛ (248) $2,09$ ؛ (249) $2,09$ ؛ (250) $2,09$ ؛ (251) $2,09$ ؛ (252) $2,09$ ؛ (253) $2,09$ ؛ (254) $2,09$ ؛ (255) $2,09$ ؛ (256) $2,09$ ؛ (257) $2,09$ ؛ (258) $2,09$ ؛ (259) $2,09$ ؛ (260) $2,09$ ؛ (261) $2,09$ ؛ (262) $2,09$ ؛ (263) $2,09$ ؛ (264) $2,09$ ؛ (265) $2,09$ ؛ (266) $2,09$ ؛ (267) $2,09$ ؛ (268) $2,09$ ؛ (269) $2,09$ ؛ (270) $2,09$ ؛ (271) $2,09$ ؛ (272) $2,09$ ؛ (273) $2,09$ ؛ (274) $2,09$ ؛ (275) $2,09$ ؛ (276) $2,09$ ؛ (277) $2,09$ ؛ (278) $2,09$ ؛ (279) $2,09$ ؛ (280) $2,09$ ؛ (281) $2,09$ ؛ (282) $2,09$ ؛ (283) $2,09$ ؛ (284) $2,09$ ؛ (285) $2,09$ ؛ (286) $2,09$ ؛ (287) $2,09$ ؛ (288) $2,09$ ؛ (289) $2,09$ ؛ (290) $2,09$ ؛ (291) $2,09$ ؛ (292) $2,09$ ؛ (293) $2,09$ ؛ (294) $2,09$ ؛ (295) $2,09$ ؛ (296) $2,09$ ؛ (297) $2,09$ ؛ (298) $2,09$ ؛ (299) $2,09$ ؛ (300) $2,09$ ؛ (301) $2,09$ ؛ (302) $2,09$ ؛ (303) $2,09$ ؛ (304) $2,09$ ؛ (305) $2,09$ ؛ (306) $2,09$ ؛ (307) $2,09$ ؛ (308) $2,09$ ؛ (309) $2,09$ ؛ (310) $2,09$ ؛ (311) $2,09$ ؛ (312) $2,09$ ؛ (313) $2,09$ ؛ (314) $2,09$ ؛ (315) $2,09$ ؛ (316) $2,09$ ؛ (317) $2,09$ ؛ (318) $2,09$ ؛ (319) $2,09$ ؛ (320) $2,09$ ؛ (321) $2,09$ ؛ (322) $2,09$ ؛ (323) $2,09$ ؛ (324) $2,09$ ؛ (325) $2,09$ ؛ (326) $2,09$ ؛ (327) $2,09$ ؛ (328) $2,09$ ؛ (329) $2,09$ ؛ (330) $2,09$ ؛ (331) $2,09$ ؛ (332) $2,09$ ؛ (333) $2,09$ ؛ (334) $2,09$ ؛ (335) $2,09$ ؛ (336) $2,09$ ؛ (337) $2,09$ ؛ (338) $2,09$ ؛ (339) $2,09$ ؛ (340) $2,09$ ؛ (341) $2,09$ ؛ (342) $2,09$ ؛ (343) $2,09$ ؛ (344) $2,09$ ؛ (345) $2,09$ ؛ (346) $2,09$ ؛ (347) $2,09$ ؛ (348) $2,09$ ؛ (349) $2,09$ ؛ (350) $2,09$ ؛ (351) $2,09$ ؛ (352) $2,09$ ؛ (353) $2,09$ ؛ (354) $2,09$ ؛ (355) $2,09$ ؛ (356) $2,09$ ؛ (357) $2,09$ ؛ (358) $2,09$ ؛ (359) $2,09$ ؛ (360) $2,09$ ؛ (361) $2,09$ ؛ (362) $2,09$ ؛ (363) $2,09$ ؛ (364) $2,09$ ؛ (365) $2,09$ ؛ (366) $2,09$ ؛ (367) $2,09$ ؛ (368) $2,09$ ؛ (369) $2,09$ ؛ (370) $2,09$ ؛ (371) $2,09$ ؛ (372) $2,09$ ؛ (373) $2,09$ ؛ (374) $2,09$ ؛ (375) $2,09$ ؛ (376) $2,09$ ؛ (377) $2,09$ ؛ (378) $2,09$ ؛ (379) $2,09$ ؛ (380) $2,09$ ؛ (381) $2,09$ ؛ (382) $2,09$ ؛ (383) $2,09$ ؛ (384) $2,09$ ؛ (385) $2,09$ ؛ (386) $2,09$ ؛ (387) $2,09$ ؛ (388) $2,09$ ؛ (389) $2,09$ ؛ (390) $2,09$ ؛ (391) $2,09$ ؛ (392) $2,09$ ؛ (393) $2,09$ ؛ (394) $2,09$ ؛ (395) $2,09$ ؛ (396) $2,09$ ؛ (397) $2,09$ ؛ (398) $2,09$ ؛ (399) $2,09$ ؛ (400) $2,09$ ؛ (401) $2,09$ ؛ (402) $2,09$ ؛ (403) $2,09$ ؛ (404) $2,09$ ؛ (405) $2,09$ ؛ (406) $2,09$ ؛ (407) $2,09$ ؛ (408) $2,09$ ؛ (409) $2,09$ ؛ (410) $2,09$ ؛ (411) $2,09$ ؛ (412) $2,09$ ؛ (413) $2,09$ ؛ (414) $2,09$ ؛ (415) $2,09$ ؛ (416) $2,09$ ؛ (417) $2,09$ ؛ (418) $2,09$ ؛ (419) $2,09$ ؛ (420) $2,09$ ؛ (421) $2,09$ ؛ (422) $2,09$ ؛ (423) $2,09$ ؛ (424) $2,09$ ؛ (425) $2,09$ ؛ (426) $2,09$ ؛ (427) $2,09$ ؛ (428) $2,09$ ؛ (429) $2,09$ ؛ (430) $2,09$ ؛ (431) $2,09$ ؛ (432) $2,09$ ؛ (433) $2,09$ ؛ (434) $2,09$ ؛ (435) $2,09$ ؛ (436) $2,09$ ؛ (437) $2,09$ ؛ (438) $2,09$ ؛ (439) $2,09$ ؛ (440) $2,09$ ؛ (441) $2,09$ ؛ (442) $2,09$ ؛ (443) $2,09$ ؛ (444) $2,09$ ؛ (445) $2,09$ ؛ (446) $2,09$ ؛ (447) $2,09$ ؛ (448) $2,09$ ؛ (449) $2,09$ ؛ (450) $2,09$ ؛ (451) $2,09$ ؛ (452) $2,09$ ؛ (453) $2,09$ ؛ (454) $2,09$ ؛ (455) $2,09$ ؛ (456) $2,09$ ؛ (457) $2,09$ ؛ (458) $2,09$ ؛ (459) $2,09$ ؛ (460) $2,09$ ؛ (461) $2,09$ ؛ (462) $2,09$ ؛ (463) $2,09$ ؛ (464) $2,09$ ؛ (465) $2,09$ ؛ (466) $2,09$ ؛ (467) $2,09$ ؛ (468) $2,09$ ؛ (469) $2,09$ ؛ (470) $2,09$ ؛ (471) $2,09$ ؛ (472) $2,09$ ؛ (473) $2,09$ ؛ (474) $2,09$ ؛ (475) $2,09$ ؛ (476) $2,09$ ؛ (477) $2,09$ ؛ (478) $2,09$ ؛ (479) $2,09$ ؛ (480) $2,09$ ؛ (481) $2,09$ ؛ (482) $2,09$ ؛ (483) $2,09$ ؛ (484) $2,09$ ؛ (485) $2,09$ ؛ (486) $2,09$ ؛ (487) $2,09$ ؛ (488) $2,09$ ؛ (489) $2,09$ ؛ (490) $2,09$ ؛ (491) $2,09$ ؛ (492) $2,09$ ؛ (493) $2,09$ ؛ (494) $2,09$ ؛ (495) $2,09$ ؛ (496) $2,09$ ؛ (497) $2,09$ ؛ (498) $2,09$ ؛ (499) $2,09$ ؛ (500) $2,09$ ؛ (501) $2,09$ ؛ (502) $2,09$ ؛ (503) $2,09$ ؛ (504) $2,09$ ؛ (505) $2,09$ ؛ (506) $2,09$ ؛ (507) $2,09$ ؛ (508) $2,09$ ؛ (509) $2,09$ ؛ (510) $2,09$ ؛ (511) $2,09$ ؛ (512) $2,09$ ؛ (513) $2,09$ ؛ (514) $2,09$ ؛ (515) $2,09$ ؛ (516) $2,09$ ؛ (517) $2,09$ ؛ (518) $2,09$ ؛ (519) $2,09$ ؛ (520) $2,09$ ؛ (521) $2,09$ ؛ (522) $2,09$ ؛ (523) $2,09$ ؛ (524) $2,09$ ؛ (525) $2,09$ ؛ (526) $2,09$ ؛ (527) $2,09$ ؛ (528) $2,09$ ؛ (529) $2,09$ ؛ (530) $2,09$ ؛ (531) $2,09$ ؛ (532) $2,09$ ؛ (533) $2,09$ ؛ (534) $2,09$ ؛ (535) $2,09$ ؛ (536) $2,09$ ؛ (537) $2,09$ ؛ (538) $2,09$ ؛ (539) $2,09$ ؛ (540) $2,09$ ؛ (541) $2,09$ ؛ (542) $2,09$ ؛ (543) $2,09$ ؛ (544) $2,09$ ؛ (545) $2,09$ ؛ (546) $2,09$ ؛ (547) $2,09$ ؛ (548) $2,09$ ؛ (549) $2,09$ ؛ (550) $2,09$ ؛ (551) $2,09$ ؛ (552) $2,09$ ؛ (553) $2,09$ ؛ (554) $2,09$ ؛ (555) $2,09$ ؛ (556) $2,09$ ؛ (557) $2,09$ ؛ (558) $2,09$ ؛ (559) $2,09$ ؛ (560) $2,09$ ؛ (561) $2,09$ ؛ (562) $2,09$ ؛ (563) $2,09$ ؛ (564) $2,09$ ؛ (565) $2,09$ ؛ (566) $2,09$ ؛ (567) $2,09$ ؛ (568) $2,09$ ؛ (569) $2,09$ ؛ (570

$$* -0.1 - \frac{3}{5} = -\frac{1}{10} - \frac{6}{10} = -\frac{7}{10} \quad , \quad * -\frac{5}{3} + \frac{4}{9} = -\frac{15}{9} + \frac{4}{9} = -\frac{11}{9}$$

تبرين عدد 01 عدد:

$$* -\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{11}\right) = -\frac{44}{77} - \frac{7}{77} = -\frac{51}{77} \quad , \quad * 1.2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{12}{10} + \frac{5}{10} = \frac{17}{10}$$

$$* \frac{11}{2} + \left(\frac{9}{2} - 3.4\right) = \left(\frac{11}{2} + \frac{9}{2}\right) - 3.4 = \frac{20}{2} - 3.4 = 6.6$$

$$* -\frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7} + \frac{13}{11}\right) = -\frac{1}{7} - \frac{6}{7} - \frac{13}{11} = -\frac{7}{11} - \frac{3}{11} - \frac{13}{11} = -\frac{23}{11}$$

$$* \left(\frac{16}{9} + \frac{19}{17}\right) - \left(\frac{7}{9} + \frac{19}{17}\right) = \frac{16}{9} - \frac{7}{9} = 1 \quad , \quad * \left(17 - \frac{5}{4}\right) - \frac{15}{4} = 17 - \left(\frac{5}{4} + \frac{15}{4}\right) = 17 - \frac{20}{4} = 17 - 5 = 12$$

$$* -\frac{2}{7} - \frac{5}{11} + \frac{1}{7} = \left(-\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{5}{11} + \frac{1}{22}\right) = -\frac{1}{7} + \left(\frac{10}{22} + \frac{1}{22}\right) = -\frac{1}{7} + \frac{11}{22} = -\frac{2}{7} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$* \left(\frac{1}{15} - 13.7\right) - \left(\frac{1}{30} - 13.7\right) = \frac{1}{15} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

تبرين عدد 02 عدد:

$$E = (x - \pi) - \left(\frac{1}{2} + x\right) - \left(\frac{3}{4} - \pi\right) - 1 = x - \pi - \frac{1}{2} - x - \frac{3}{4} + \pi - 1 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - 1 = -\frac{9}{4}$$

$$F = \left(\sqrt{2} - 2x + \frac{2}{3}\right) - \left(3\sqrt{2} - 5x - \frac{5}{6}\right) - (-2\sqrt{2} + 3x - 1) = \sqrt{2} - 2x + \frac{2}{3} - 3\sqrt{2} + 5x + \frac{5}{6} + 2\sqrt{2} - 3x + 1$$

$$= (\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) + (-2x + 5x - 3x) + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + 1\right) = 0 + 0 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$G = \pi - (\sqrt{2} - 1) - \left[2 - (\sqrt{2} - \pi - 1)\right] - \frac{3}{2} = \pi - \sqrt{2} + 1 - 2 + (\sqrt{2} - \pi - 1) - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\pi - \sqrt{2} + 1 - 2 + \sqrt{2} - \pi - 1 - \frac{3}{2} = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\boxed{\times} \quad C = 0 \quad (3) \quad , \quad \boxed{\times} \quad B = \sqrt{7} - \frac{1}{2} \quad (2) \quad , \quad \boxed{\times} \quad A = \frac{1}{2} \quad (1)$$

تبرين عدد 03 عدد:

$$A = x - [(y - z) - (x - y)] - (z + x) + 2y = x - (y - z) + (x - y) - (z + x) + 2y = x - y + z + x - y - z - x + 2y = x$$

$$B = x - (y - x - z) + y - (x - z) + y - (x - y) = x - y + x + z + y - x + z + y - x + y = 2y + 2z$$

$$C = y - (x - 1) - [z - (y - 1)] + [x - (1 - z)] = y - (x - 1) - z + (y - 1) + x - (1 - z) = y - x + 1 - z + y - 1 + x - 1 + z = 2y - 1$$

$$\text{تبرين عدد 15 عدد: } (1) \quad A(-3) \quad ; \quad B\left(\frac{5}{2}\right) \quad ; \quad C(\sqrt{2}) \quad ; \quad D(-1)$$

$$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$(2) \quad BC = |x_c - x_b| = \left|\sqrt{2} - \frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2} - \sqrt{2} \quad ; \quad AB = |x_b - x_a| = \left|\frac{5}{2} - (-3)\right| = \frac{5}{2} + 3 = \frac{11}{2} \quad ; \quad \frac{11}{2} = \frac{11}{2}$$

$$CI = |x_i - x_c| = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1 \quad ; \quad DC = |x_c - x_d| = |\sqrt{2} - (-1)| = \sqrt{2} + 1$$

$$(3) \quad \text{لدينا } A(-3) \text{ متناظرة } E \text{ بالنسبة إلى } O \text{ إذن } E(3)$$

$$(4) \quad \text{لدينا } F \text{ و } B\left(\frac{5}{2}\right) \text{ متناظرة } B \text{ بالنسبة إلى } I \text{ إذن } F\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(5) \quad \text{لدينا } D(-1) \text{ و } C(\sqrt{2}) \text{ متصف } G \text{ و } D(-1) \text{ إذن } x_G = \frac{x_D + x_C}{2} = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{تبرين عدد 16 عدد: } \begin{array}{ccccccc} -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

$$(1) \quad G\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad ; \quad F(3\sqrt{2}) \quad ; \quad E(\sqrt{2} + 1)$$

$$BF = |x_F - x_E| = |3\sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1)| = |3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1| = |2\sqrt{2} - 1| = 2\sqrt{2} - 1 \quad (2)$$

$$FG = |x_G - x_F| = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2}\right| = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{2}\right| = \left|-\frac{7\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$EG = |x_G - x_E| = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2} - (\sqrt{2} + 1)\right| = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} - 1\right| = \left|-\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1\right| = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$(3) \quad \text{لدينا } G \text{ و } GM = 1 \text{ لذا } GM = 1 \text{ و } G\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ إذن } x_M = -1 \text{ أو } x_M = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{يعني } x_M = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ فإن } x_M > 0 \text{ وبما أن } x_M = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ أو } x_M = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{تبرين عدد 17 عدد: } \text{تغير } V \text{ حجم المخروط: } V = \frac{S^3 \times \pi \times 13}{3} = \frac{25 \times 3 \cdot 14 \times 13}{3} = 340.16 \text{ cm}^3$$

$$\text{بالإضافة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ } V \text{ هي } 340.167 \text{ cm}^3$$

$$\text{تبرين عدد 18 عدد: } S \text{ هي المساحة المشطورية، } S = 51.286 - 22 = 29.286 \text{ cm}^2 \quad , \quad S = \frac{\pi \times 7^2}{3} = \frac{11 \times 4}{2} = 22$$

$$\text{بالافتراض بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ } S \text{ هي } 29.286 \text{ cm}^2$$

$$\text{يعني: } x = -\frac{1}{\sqrt{7}-2} \text{ أو } x = \frac{1}{\sqrt{7}-2}$$

$$|x|=2 \quad \boxed{x=3} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \quad \boxed{x=2} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \quad \boxed{x=1} \quad \text{تبرين 23 عدد:}$$

$$\text{تبرين 24 عدد:}$$

$$* x+y = \sqrt{a+a} - \sqrt{a-a} = 2\sqrt{a}$$

$$* x-y = \sqrt{a+a} - (\sqrt{a-a}) = \sqrt{a+a} - \sqrt{a+a} = 2a$$

$$* xy = (\sqrt{a+a})(\sqrt{a-a}) = \sqrt{a} \times \sqrt{a} - a\sqrt{a} + a\sqrt{a} - a \times a = a - a^2 = a(1-a)$$

$$* \frac{xy}{x-y} = \frac{(\sqrt{a+a})(\sqrt{a-a})}{(\sqrt{a+a}) - (\sqrt{a-a})} = \frac{a(1-a)}{2a} = \frac{1-a}{2} \quad (2)$$

$$* \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} - \frac{x}{xy} = \frac{y-x}{xy} = \frac{-(x-y)}{xy} = \frac{-2a}{a(1-a)} = \frac{-2}{1-a}$$

$$* \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{xy}{y-x} = \frac{xy}{y-x} = \frac{2\sqrt{a}}{a} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{a}}{a \times \sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \quad (3)$$

$$a = -1 \text{ يعني } x-y=xy \quad (4) \quad \text{تبرين 25 عدد:}$$

$$A = (\sqrt{3}-x)(\sqrt{2}+x) - (2x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3}) = (\sqrt{3}-x)(\sqrt{2}+x) + (2x-\sqrt{2})(\sqrt{3}-x) \\ = (\sqrt{3}-x)[(\sqrt{2}+x) + (2x-\sqrt{2})] = (\sqrt{3}-x)(\sqrt{2}+x+2x-\sqrt{2}) = (\sqrt{3}-x) \times 3x = 3x(\sqrt{3}-x) \quad (1)$$

$$\text{ب) في حالة } -1, x = -3(\sqrt{3}+1) = -3(\sqrt{3}+1)$$

$$\text{ج) في حالة } -\sqrt{3}, x = -3 \times (\sqrt{3}+\sqrt{3}) = -3 \times 2\sqrt{3} = -6 \times 3 = -18, x = -6 \times 3 = -18$$

$$\text{د) في حالة } 0, \text{ يعني } A = 0 \text{ يعني } 3x(\sqrt{3}-x) = 0 \text{ أو } x = 0 \text{ أو } \sqrt{3}-x = 0 \text{ وبالتالي } x = \sqrt{3}$$

$$\text{هـ) في حالة } 1, x = 3(\sqrt{3}-1) = 3(\sqrt{3}-1)$$

$$\text{ب) } A-B = 3x(\sqrt{3}-x) - 3(\sqrt{3}-x) = (\sqrt{3}-x)(3x-3) = 3(\sqrt{3}-x)(x-1)$$

$$\text{ج) } A-B = 0 \text{ يعني } 3(\sqrt{3}-x)(x-1) = 0 \text{ أو } \sqrt{3}-x = 0 \text{ يعني } x = \sqrt{3} \text{ أو } x-1 = 0 \text{ يعني } x = 1$$

$$Z = \frac{\sqrt{3}-\pi}{\pi-\sqrt{3}} = \frac{\pi-\sqrt{3}}{\pi-\sqrt{3}} = 1$$

$$U = \frac{|\sqrt{7}-\sqrt{5}| \times |\sqrt{2}-\pi|}{|\pi-\sqrt{2}| \times |\sqrt{5}-\sqrt{7}|} = \frac{|\sqrt{7}-\sqrt{5}| \times |\sqrt{2}-\pi|}{|\pi-\sqrt{2}| \times |\sqrt{5}-\sqrt{7}|} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\pi-\sqrt{2}} \times \frac{\pi-\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = 1 \times 1 = 1$$

$$V = \frac{|\frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}| \times |\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}|}{|\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}| \times |\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}|} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) - (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{تبرين 26 عدد: (1) في حالة } x \in \mathbb{R}_+, x \neq 0, A = -|x| + x = -x + x = 0$$

$$\text{في حالة } x \in \mathbb{R}_-, x \neq 0, A = -|x| + x = -(-x) + x = x + x = 2x$$

$$\text{في حالة } x \geq -2 \text{ يعني } x+2 \geq 0, B = -x - |x+2| = -x - (x+2) = -x-x-2 = -2x-2$$

$$\text{في حالة } x \leq -2 \text{ يعني } x+2 \leq 0, B = -x - |x+2| = -x - (-x-2) = -x+x+2 = 2$$

$$\text{في حالة } x \geq \sqrt{2} \text{ يعني } x-1 \geq 0, C = \sqrt{2} - |x-1| = \sqrt{2} - (x-1) = \sqrt{2}-x+1 = 1+\sqrt{2}-x$$

$$\text{في حالة } x \leq \sqrt{2} \text{ يعني } x-1 \leq 0, C = \sqrt{2} - |x-1| = \sqrt{2} - (1-x) = \sqrt{2}-1+x = x+\sqrt{2}-1$$

$$\text{في حالة } x \geq 2 \text{ يعني } x-2 \geq 0, C = \sqrt{2} - |x-2| = \sqrt{2} - (x-2) = \sqrt{2}-x+2 = 2+\sqrt{2}-x$$

$$\text{في حالة } x \leq 2 \text{ يعني } x-2 \leq 0, C = \sqrt{2} - |x-2| = \sqrt{2} - (2-x) = \sqrt{2}-2+x = x+\sqrt{2}-2$$

$$x = \sqrt{5} \text{ يعني } |x-2| = \sqrt{5}-2 = 0 \text{ أو } x = -\sqrt{5} \text{ يعني } |x-2| = -\sqrt{5}-2 = 0 \text{ أو } x = 2+\sqrt{5} \text{ يعني } |x-2| = 2+\sqrt{5}-2 = \sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{2} \text{ يعني } |x+2| = -\sqrt{2}+2 = 0 \text{ أو } x = -2-\sqrt{2} \text{ يعني } |x+2| = -2-\sqrt{2}+2 = -\sqrt{2}$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ يعني } |x-3| = \frac{4}{3}-3 = -\frac{5}{3} = 0 \text{ أو } x = \frac{4}{3}+3 = \frac{13}{3} \text{ يعني } |x-3| = \frac{13}{3}-3 = \frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ يعني } |x| = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \text{ أو } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ يعني } |x| = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{أو } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ يعني } |x| = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

تمرين ص 06-عدد:

$$|x| = x \quad x \in \mathbb{R}_+, \quad \sqrt{x^{2n}} = \sqrt{x^2}^n = |x|^n = |x| \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-10} = (\sqrt{7})^{10} = [(\sqrt{7})^2]^5 = 7^5, \quad (\sqrt{2})^{12} = [(\sqrt{2})^2]^6 = 2^6, \quad \sqrt[3]{4} = [\sqrt[3]{4}]^3 = 4^3 = 2^3$$

$$(0.5)^{-3} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{5}\right)^3 = 2^3$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right)^{-8} \times (\sqrt{13})^8 = (\sqrt{11})^8 \times (\sqrt{13})^8 = (\sqrt{11 \times 13})^8 = (\sqrt{143})^8 = (\sqrt{143}^2)^4 = (143)^4$$

تمرين ص 07-عدد:

$$(-\sqrt{3})^5 \times (-\sqrt{3})^{-7} = (-\sqrt{3})^{(-7)+5} = (-\sqrt{3})^{-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^9 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^9 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^{6+3} = \left(\frac{4}{3}\right)^9$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{5}}{\pi}\right)^{-6} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-6} &= \left(\frac{\sqrt{5}}{\pi} \times \frac{\pi}{2}\right)^{-6} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-6} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} \\ &= \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-6} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-(6+5)} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-11} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{11} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^9 = \left[\frac{-1}{2}\right]^9 = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^9 = \left(-\frac{1}{3}\right)^9$$

$$* \frac{8^{-4}}{2^{-4}} = \left(\frac{8}{2}\right)^{-4} = 4^{-4}$$

تمرين ص 08-عدد:

$$* \frac{(-9\pi)^{12}}{(3\pi)^{12}} = \left[\frac{-9\pi}{3\pi}\right]^{12} = (-3)^{12} = 3^{12}$$

$$* \frac{(-\sqrt{24})^{-11}}{(-\sqrt{8})^{-11}} = \left(\frac{-\sqrt{24}}{-\sqrt{8}}\right)^{-11} = \left(\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}\right)^{-11} = \left(\frac{\sqrt{8 \times 3}}{\sqrt{8}}\right)^{-11} = (\sqrt{3})^{-11}$$

$$* \frac{(-3\sqrt{15})^{-7}}{(-2\sqrt{3})^{-7}} = \left(\frac{-3\sqrt{15}}{-2\sqrt{3}}\right)^{-7} = \left(\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}\right)^{-7} = \left(\frac{\sqrt{5 \times 3}}{2\sqrt{3}}\right)^{-7} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-7}$$

$$A = (\sqrt{5})^4 \times 5^{-2} \times 25 \times 5^3 \times (\sqrt{5})^{-4} = 5^2 \times 5^{-2} \times 5^2 \times 5^3 \times 5^{-2} = 5^4 = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}$$

تمرين ص 09-عدد:

$$B = \frac{1}{5^{-2}} \times \frac{7^2}{3^2} \times \frac{25}{7^{-1}} \times \frac{3}{5^{-2}} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{5^{-2}} \times \frac{7^2}{3^2} \times \frac{5^2}{7^{-1}} \times \frac{3}{5^{-2}} \times \frac{7^2 \times 7^{12}}{2^2} = \frac{5^2 \times 7^2 \times 3}{5^{-2} \times 3^2} \times \frac{1}{7^{-1}} \times \frac{1}{2^2} = \frac{140}{3}$$

تمرين ص 01-عدد:

$$-11^2 = -11, \quad (-19)^1 = -19, \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}, \quad \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}, \quad (-2)^3 = -8, \quad \left(-\frac{109}{11}\right)^0 = 1$$

$$(-2\sqrt{7})^3 = -56\sqrt{7}, \quad \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{25}{4}, \quad (\sqrt{2})^2 = 2, \quad -10^3 = -1000, \quad \left(-\frac{109}{11}\right)^0 = 1$$

$$(-0.5)^{-3} = \left(-\frac{5}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{10}{5}\right)^{-3} = -8, \quad (-\sqrt{2})^{-3} = \frac{1}{(-\sqrt{2})^3} = \frac{1}{-2}, \quad (-1)^{-11} = \frac{1}{(-1)^{11}} = -1, \quad \text{تمرين ص 02-عدد:}$$

$$-10^{-6} = -\frac{1}{10^6} = -\frac{1}{1000000}, \quad (-2\sqrt{5})^{-1} = \frac{1}{(-2\sqrt{5})} = -\frac{1}{2\sqrt{5}}, \quad -1^{-3} = -1, \quad (-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{-\sqrt{3}}$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

تمرين ص 03-عدد:

$$\frac{b^n}{b^m} = b^{n-m} \quad (2) \quad , \quad (a^b)^c = a^{bc} \quad (1)$$

تمرين ص 04-عدد:

$$* \left(-\frac{5}{3}\right)^{-4} \times \left(\frac{3}{7}\right)^{-4} = \left[\left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{7}\right)\right]^{-4} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-4}$$

$$* (2\pi)^{-11} \times \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{-11} = \left[2\pi \times \frac{1}{4\pi}\right]^{-11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-11}$$

$$* (-\sqrt{7})^5 \times \left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)^5 = [(-\sqrt{7}) \times \left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)]^5 = (-2)^5$$

$$* \left(-\frac{3}{5}\right)^{-5} \times (\sqrt{5}) \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5} = \left[\left(-\frac{3}{5}\right) \times (\sqrt{5}) \times \frac{\sqrt{5}}{2}\right]^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$$

$$* [(-\sqrt{3})^{-2}]^3 = (-\sqrt{3})^{(-2) \times 3} = (-\sqrt{3})^{-6} = (-\sqrt{3})^{-6} = \left(\frac{8}{7}\right)^3 \times \left(\frac{8}{7}\right)^{-5} = \left(\frac{8}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{8}\right)^2$$

$$* \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-3}\right]^4 = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-3 \times 4} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-12} = \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{12}$$

$$\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]^6 \times [(\sqrt{3})^{-3}]^4 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{36} \times (\sqrt{3})^{(-3) \times 4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{36} \times (\sqrt{3})^{(-12)} = \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times (\sqrt{3})\right]^{24} = \left(\frac{3}{2}\right)^{24}$$

$$\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16} \times \left[\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2\right]^8 \times \left[\left(\frac{3}{11}\right)^{-4}\right]^4 = \left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16} \times \left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^{16} \times \left(\frac{3}{11}\right)^{-16} = \left[\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right) \times \left(\frac{3}{11}\right)\right]^{16} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

تمرين عد 01:

$$(1) \quad a < b \quad \text{لذا} \quad -\frac{77}{99} > -\frac{81}{99} \quad b = -\frac{7}{9} = -\frac{77}{99} \quad a = -\frac{9}{11} = -\frac{81}{99} \quad \text{ب) } a > b \quad \text{لذا} \quad b = \frac{5}{6} = \frac{35}{42} \quad a = -\frac{6}{7} = -\frac{42}{42}$$

$$(ج) \quad a = -1.7, \quad a = -\sqrt{3}, \quad b = \sqrt{3} > 1.7 \quad \text{يعني} \quad \sqrt{3} < -1.7 \quad \text{لذا} \quad a < b$$

$$(د) \quad a = \pi = \frac{6}{5} > \frac{8}{7} = \pi + \frac{8}{7} = -\frac{6}{5} \quad \pi + \frac{8}{7} = -\frac{6}{5} \quad \text{لذا} \quad a < b$$

$$(هـ) \quad a < b \quad \text{لذا} \quad -5\sqrt{2} < \sqrt{7} - 3\sqrt{2} \quad \text{يعني} \quad 5\sqrt{2} > 3\sqrt{2} \quad \text{لذا} \quad a < b$$

$$(و) \quad a > b \quad \text{لذا} \quad -\frac{3\sqrt{2}}{5} > -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{3\sqrt{2}}{5} < \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{لذا} \quad a < b$$

$$(ي) \quad a < b \quad \text{لذا} \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0 \quad \text{و} \quad \frac{-\sqrt{3}-1}{5} < 0, \quad b = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \text{و} \quad a = \frac{-\sqrt{3}-1}{5}$$

تمرين عد 02:

$$(1) \quad a^2 \geq 3 \quad (4) \quad ac + \sqrt{5} \geq bc + \sqrt{5} \quad (3) \quad -\frac{1}{a} \geq -\frac{1}{b} \quad (2) \quad a + \sqrt{2} \leq b + \sqrt{2}$$

تمرين عد 03:

$$(أ) \quad x \leq y \quad \text{لذا} \quad x - y = (a - \sqrt{3}) - (b - \sqrt{2}) = a - \sqrt{3} - b + \sqrt{2} = (a - b) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \leq 0$$

$$(ب) \quad x \geq y \quad \text{لذا} \quad x - y = (a - \pi) - (b - 2\pi) = -a - \pi + b + 2\pi = (b - a) + \pi \geq 0$$

(ج)

$$x - y = (2a - 3\sqrt{2}) - (2b - \sqrt{2}) = (2a - 3\sqrt{2}) - (2b - \sqrt{2}) = 2a - 3\sqrt{2} - 2b + \sqrt{2} = 2a - 2b - 2\sqrt{2} = 2(a - b) - 2\sqrt{2} \leq 0$$

لذا $x \leq y$

تمرين عد 04:

$$(أ) \quad x \leq y \quad \text{لذا} \quad \frac{\sqrt{5}}{3} \leq y \quad \text{و} \quad x \leq y \quad \text{لذا} \quad -\frac{\pi}{3} x \geq -\frac{\pi}{3} y$$

$$(ج) \quad x \leq y \quad \text{لذا} \quad \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0 \quad \text{و} \quad x \leq y \quad \text{لذا} \quad y(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \geq x(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$\text{و} \quad -x(\sqrt{3} - 2) \leq -y(\sqrt{3} - 2)$$

تمرين عد 05:

$$(أ) \quad a = 3\sqrt{2} \quad \text{و} \quad a = 2\sqrt{5} \quad \text{لذا} \quad b^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20, \quad a^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18, \quad b < a$$

$$(ب) \quad a = -\frac{5\sqrt{3}}{2} \quad \text{و} \quad a = -\frac{8\sqrt{2}}{3} \quad \text{لذا} \quad b^2 = \left(\frac{8\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{128}{9}, \quad a^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{75}{4}, \quad b < a$$

$$(ج) \quad a = 7\sqrt{5} + \sqrt{11} \quad \text{و} \quad a = 5\sqrt{7} + \sqrt{11} \quad \text{لذا} \quad (5\sqrt{7})^2 = 175 \quad \text{و} \quad (7\sqrt{5})^2 = 245$$

تمرين عد 18:

$$(1) \quad (x-1)(x^k + x^{k-1} + x^{k-2} + \dots + x^2 + x + 1) =$$

$$\begin{aligned} & x \times x^k + x \times x^{k-1} + x \times x^{k-2} + \dots + x \times x^2 + x \times x + x - x^k - x^{k-1} - x^{k-2} - \dots - x^2 - x - 1 \\ & = x \times x^k + x \times x^{k-1} + x \times x^{k-2} + \dots + x^3 + x^2 + x - x^k - x^{k-1} - x^{k-2} - \dots - x^2 - x - 1 \\ & = x^{k+1} + (x^k - x^k) + (x^{k-1} - x^{k-1}) + (x^{k-2} - x^{k-2}) + \dots + (x^2 - x^2) + (x - x) - 1 \\ & = x^{k+1} + 0 + 0 + 0 + \dots + 0 + 0 - 1 = x^{k+1} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{لذا} \quad (x-1)(x^k + x^{k-1} + x^{k-2} + \dots + x^2 + x + 1) = x^{k+1} - 1$$

$$(2) \quad \text{إذا كان } p = h \times q \quad \text{حيث } h \text{ قابله يوجد عدد صحيح طبيعي } h$$

$$n^p - 1 = (n^h)^q - 1 = (n^h)^q - 1 = (n^h)^{q-1} + (n^h)^{q-2} + \dots + (n^h) + 1$$

$$\text{نعتبر } R = n^h + 1 = (n^h)^{q-1} + (n^h)^{q-2} + \dots + (n^h) + 1$$

$$(3) \quad \text{نعلم أن } 2006 \text{ يقبل القسمة على } 2 \quad \text{لذا} \quad n^{2006} - 1 \text{ يقبل القسمة على } n^2 - 1 \quad \text{(حسب السؤال 2)}$$

$$n^2 - 1 = (n-1)(n+1) \quad \text{لذا} \quad n^{2006} - 1 = (n^2 - 1) \times R \quad \text{حيث } R = n^{2004} + n^{2002} + \dots + n^2 + 1$$

$$\text{وبالتالي} \quad n = 3 \quad \text{لأن } n \in \mathbb{N}.$$

x و y عدنان موجبان قلما و $y < x < y^3$ يعني $0 < y + x^2$ و $0 < \frac{x^3 - y^3}{y + x^2}$ لذا $\frac{x}{y} - \frac{x + y^2}{y + x^2} < 0$ يعني

$$\frac{x}{y} < \frac{x + y^2}{y + x^2}$$

بما أن $\frac{x}{y} < \frac{x + y^2}{y + x^2}$ فإن $\frac{x}{y} < \frac{x + y^2}{y + x^2}$ و $\frac{x^2}{y^2} < \frac{x}{y}$ و $\frac{x^2}{y^2} < \frac{x}{y}$

$$(2) \quad (p-1)^2 = p^2 - 2p + 1, \quad (p+1)^2 = p^2 + 2p + 1$$

(ب) لنينا p عدد صحيح طبيعي مختلف لصف واحد لذا $p-1 \neq 0$ و $p+1 \neq 0$ و $p-1 < p+1$ و $p-1 < p+1$ اعتمادا على السؤال

$$(1) \quad \text{نعتبر } p = p-1 \text{ و } x = p-1 \text{ و } y = p+1 \text{ إذن نتحصل على } \frac{(p-1)^2}{(p+1)^2} < \frac{p-1}{p+1} < \frac{(p-1)^2}{(p+1)^2}$$

$$(p-1)^2 = p^2 - 2p + 1 \text{ و } (p+1)^2 = p^2 + 2p + 1 \text{ فإن } (p+1)^2 = p^2 + 2p + 1 = p^2 - p + 1 + p + 1 = p^2 - p + 2$$

$$\frac{(p-1)^2}{(p+1)^2} < \frac{p-1}{p+1} < \frac{p^2 + 3p}{p^2 - p + 2} \text{ وبالتالي } (p+1)^2 = p^2 + 2p + 1 = p^2 - p + 2$$

تمرين 17- ملخص:

$$(1) \quad \text{لنينا } a \leq b \text{ يعني } a - b \leq 0 \text{ و } b \leq 2a \text{ و } (a-b)(2a-b) \leq 0 \text{ لذا } 2a - b \geq 0$$

$$(2) \quad (a\sqrt{2} - b)^2 = (a\sqrt{2} - b)(a\sqrt{2} + b) = a\sqrt{2} \times a\sqrt{2} - ba\sqrt{2} + b^2 = 2a^2 - 2ab\sqrt{2} + b^2$$

$$(a-b)(2a-b) = a \times 2a - a \times b - b \times 2a + b^2 = 2a^2 - 3ab + b^2$$

$$(3) \quad A - 1 = \frac{2a^2 + b^2}{3ab} - 1 = \frac{2a^2 + b^2 - 3ab}{3ab} = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{3ab} = \frac{(a-b)(2a-b)}{3ab}, \quad A = \frac{2a^2 + b^2}{3ab}$$

لنينا $0 \leq (a-b)(2a-b)$ (حسب السؤال (1)) و $ab > 0$ (لأن $b \geq a > 0$) لذا $\frac{(a-b)(2a-b)}{3ab} \leq 0$ إذن $A - 1 \leq 0$

وبالتالي $A \leq 1$

$$A - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2a^2 + b^2}{3ab} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2a^2 + b^2 - 2ab\sqrt{2}}{3ab} = \frac{2a^2 - 2ab\sqrt{2} + b^2}{3ab} = \frac{(a\sqrt{2} - b)^2}{3ab}$$

$$\text{لنينا } \geq 0 \text{ و } (a\sqrt{2} - b)^2 \geq 0 \text{ و } 3ab > 0 \text{ و } \frac{(a\sqrt{2} - b)^2}{3ab} \geq 0 \text{ و } A \geq \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{بما أن } A \leq 1 \text{ و } A \geq \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ فإن } \frac{2\sqrt{2}}{3} \leq A \leq 1$$

تمرين 18- ملخص:

$$(1) \quad \text{لنينا } n < n+1 < n+2 < n+3 \text{ و } \frac{1}{n} > \frac{1}{n+1} > \frac{1}{n+2} > \frac{1}{n+3}$$

$$(2) \quad \text{حسب السؤال (1) لنينا: } \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} \text{ و } \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+2}$$

تمرين 13- ملخص:

$$(1) \quad \text{لنينا } 0 < x < \sqrt{2} \text{ يعني } \frac{x^2}{2} < 1 \text{ يعني } \frac{x^2}{2} < 2 \text{ و } \frac{x^2}{2} < 2 \text{ يعني } \frac{x^2}{2} < 2$$

$$(2) \quad \text{لنينا } 0 < y < \sqrt{3} \text{ يعني } \frac{y^2}{3} < 3 \text{ يعني } \frac{y^2}{3} < 3 \text{ و } \frac{y^2}{3} < 3 \text{ يعني } \frac{y^2}{3} < 3$$

$$\text{يعني } \frac{3}{\sqrt{3}} < \frac{3}{\sqrt{3}} \text{ و } \frac{3}{\sqrt{3}} < \frac{3}{\sqrt{3}} \text{ و } \frac{3}{\sqrt{3}} < \frac{3}{\sqrt{3}}$$

تمرين 14- ملخص:

$$(1) \quad (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = \sqrt{x} \times \sqrt{x} - \sqrt{x} \times \sqrt{y} - \sqrt{y} \times \sqrt{x} + \sqrt{y} \times \sqrt{y} = x - 2\sqrt{xy} + y$$

$$(2) \quad \text{لنينا } (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \text{ و } x + y - 2\sqrt{xy} > 0 \text{ يعني } x + y \geq 2\sqrt{xy} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}}$$

$$(3) \quad \text{لنينا } x + y \geq 2\sqrt{xy} \text{ يعني } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}}$$

$$\text{يعني } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}}$$

$$\text{إذن } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}} \text{ و } \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2\sqrt{xy}}$$

تمرين 15- ملخص:

$$(1) \quad \text{لنينا } a \leq 1, a \leq 1 \text{ و } b \leq 1 \text{ و } ab \leq 1 \text{ و } ab \leq 1$$

$$(2) \quad \left(\frac{1}{a} + a\right) - \left(\frac{1}{b} + b\right) = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{b} - b = \frac{b}{ab} - \frac{a}{ab} + a - b = \frac{b-a}{ab} - (b-a) = (b-a)\left(\frac{1}{ab} - 1\right)$$

$$= (b-a) \left(\frac{1-ab}{ab}\right) = \frac{1}{ab} \times (a-b) \times (ab-1) \text{ و } ab-1 \leq 0 \text{ و } a-b \leq 0 \text{ و } \frac{1}{ab} > 0 \text{ و } \frac{1}{ab} > 0$$

$$\text{و } a \text{ و } b \text{ عدنان موجبان و } a \leq b \text{ و } ab \geq 0 \text{ و } \frac{1}{ab} > 0 \text{ و } \frac{1}{ab} > 0 \text{ و } \frac{1}{ab} > 0$$

$$(3) \quad \text{نعتبر } a = 0.999998 \text{ و } b = 0.999999 \text{ و } a < b \text{ و } a < b$$

$$x = 0.999998 + \frac{1}{0.999999} > y = 0.999999 + \frac{1}{0.999998}$$

تمرين 16- ملخص:

$$(1) \quad \frac{x(x-y)}{y^2} < 0 \text{ يعني } (x-y) < 0 \text{ و } x > 0 \text{ و } x > 0 \text{ و } x > 0$$

$$\text{لأن } \frac{x}{y} - \frac{x + y^2}{y + x^2} < 0 \text{ و } \frac{x}{y} - \frac{x + y^2}{y + x^2} < 0 \text{ و } \frac{x}{y} - \frac{x + y^2}{y + x^2} < 0$$

(ب) اعتمادا على السؤال (أ) لدينا:

$$\frac{23}{24} < \frac{24}{25} ; \frac{21}{22} < \frac{22}{23} ; \frac{19}{20} < \frac{20}{21} ; \dots ; \frac{7}{8} < \frac{8}{9} ; \frac{3}{4} < \frac{4}{5} ; \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} ; \frac{2}{3} < \frac{3}{4} ; \frac{3}{4} < \frac{4}{5} ; \dots ; \frac{19}{20} < \frac{20}{21} ; \frac{20}{21} < \frac{21}{22} ; \frac{21}{22} < \frac{22}{23} ; \frac{22}{23} < \frac{23}{24}$$

$$A < B \text{ يعني } \frac{1}{2} < \frac{2}{3} ; \frac{2}{3} < \frac{3}{4} ; \frac{3}{4} < \frac{4}{5} ; \dots ; \frac{19}{20} < \frac{20}{21} ; \frac{20}{21} < \frac{21}{22} ; \frac{21}{22} < \frac{22}{23} ; \frac{22}{23} < \frac{23}{24}$$

$$A \times B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{19}{20} \times \frac{20}{21} \times \frac{21}{22} \times \frac{22}{23} \times \frac{23}{24} = \frac{1}{24}$$

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{20}{21} \times \frac{21}{22} \times \frac{22}{23} \times \frac{23}{24} = \frac{2}{25}$$

$$2A = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{20}{21} \times \frac{21}{22} \times \frac{22}{23} \times \frac{23}{24} = \frac{2}{25}$$

$$B < 2A \text{ لأن } \frac{2}{25} < \frac{2}{25} \text{ ونعلم أن } \frac{2}{25} < 1 \text{ وبالتالي } \frac{2}{25} < \frac{2}{25}$$

$$A > \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{2}} \text{ يعني } \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{2}} > \frac{AB}{2} \text{ يعني } \frac{AB}{2} < 2A \text{ يعني } B \times A < 2 \times A \times A \text{ يعني } B < 2A$$

$$\frac{1}{\sqrt{25}} > \frac{\sqrt{25}}{2} \text{ يعني } \frac{1}{5} > \frac{5}{2} \text{ يعني } \frac{1}{5} > \frac{5}{2} \text{ يعني } \frac{1}{5} > \frac{5}{2} \text{ يعني } \frac{1}{5} > \frac{5}{2}$$

$$A^2 < AB \text{ يعني } A < B \text{ لدينا كذلك } A < B \text{ يعني } A < B \text{ يعني } A < B$$

$$B > \frac{1}{\sqrt{25}} \text{ يعني } B > \frac{1}{5} \text{ يعني } B > \frac{1}{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{10} < A < \frac{1}{5} < B < 1 \text{ نتحصل على (4) + (3) + (2) + (1) حينئذ:}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{3}{100} < \frac{4}{103}$$

$$\frac{0.03}{100} < \frac{1}{101} < \frac{1}{102} < \frac{1}{103} < \frac{4}{100}$$

نبرهن عندئذ:

$$\frac{1}{a-1} < \frac{1}{a} < \frac{1}{a+1} < \frac{1}{a-2} < \frac{1}{a-1} < \frac{1}{a} < \frac{1}{a+1}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)} < \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)} < \frac{1}{a(a+1)}$$

نبرهن عندئذ:

$$\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+3} < \frac{n+3}{n+4} < \frac{n+4}{n+5} < \frac{n+5}{n+6} < \frac{n+6}{n+7} < \frac{n+7}{n+8}$$

$$\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+3} < \frac{n+3}{n+4} < \frac{n+4}{n+5} < \frac{n+5}{n+6} < \frac{n+6}{n+7} < \frac{n+7}{n+8}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}-1} = \frac{3(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{3\sqrt{3}+3}{(\sqrt{3})^2-1} = \frac{3\sqrt{3}+3}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}+3}{2} , \quad \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

تبرين 06 عدد:

$$\frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{2+\sqrt{5}}{2^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = -2-\sqrt{5} , \quad \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{2+\sqrt{5}}{2^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = -2-\sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{20-3} = \frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{17}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{6}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2+2\sqrt{6}+3}{2-3} = \frac{5+2\sqrt{6}}{-1} = -(5+2\sqrt{6})$$

تبرين 07 عدد:

$$A = 4x^2 - 4x + 1 + (3x+1)(2x-1) = (2x-1)^2 + (3x+1)(2x-1) = (2x-1)[(2x-1) + (3x+1)] = (2x-1)(2x-1+3x+1) = (2x-1)5x$$

$$B = x^2 - \frac{1}{4} + \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left[\left(x + \frac{1}{2}\right) + \left(x + \frac{1}{3}\right)\right] = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(2x + \frac{5}{6}\right)$$

$$C = (2x+3)(4x-1) + 4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)(4x-1) + (2x+3)^2 = (2x+3)(4x-1+2x+3) = (2x+3)(6x+2)$$

$$F = (x+1)^2 - 2y(x+1) + y^2 - x - y - 1 = [(x+1)^2 - 2y(x+1) + y^2] - (x+1-y) = (x+1-y)^2 - (x+1-y) = (x+1-y)(x+1-y-1) = (x+1-y)(x-y)$$

$$a-b=\sqrt{2} , \quad a+b=\sqrt{3}$$

تبرين 08 عدد:

$$A = a^2 + 2ab + b^2 - \sqrt{3}a - \sqrt{3}b = (a+b)^2 - \sqrt{3}(a+b) = (\sqrt{3})^2 - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 - 3 = 0$$

$$B = 2(a^2 - b^2) - a^2 + 2ab - b^2 = 2(a-b)(a+b) - (a^2 - 2ab + b^2) = 2(a-b)(a+b) - (a-b)^2 = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} - (\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{6} - 2$$

$$C = (a-\sqrt{3})^2 - (b+\sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(b-a) = [(a-\sqrt{3}) - (b+\sqrt{2})][(a-\sqrt{3}) + (b+\sqrt{2})] + \sqrt{3}(b-a) = (a-\sqrt{3}-b-\sqrt{2})(a-\sqrt{3}+b+\sqrt{2}) + \sqrt{3}(b-a)$$

$$= (a-b-\sqrt{3}-\sqrt{2})(a+b-\sqrt{3}+\sqrt{2}) + \sqrt{3}(b-a) = (\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{2}) - \sqrt{3} \times \sqrt{2} = -\sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{6} = -\sqrt{6} - \sqrt{6} = -2\sqrt{6}$$

$$D = b^2 - (a-1)^2 - \sqrt{3} + 1 = (b-(a-1))(b+(a-1)) - \sqrt{3} + 1 = (b-a+1)(b+a-1) - \sqrt{3} + 1 = (-\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-1) - \sqrt{3} + 1 = -\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 1 = -\sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$A = (x+y)^2 - 2xy = x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = x^2 + y^2 \quad (1)$$

$$A = B = x^2 + y^2 \quad \text{لأن } B = (x-y)^2 + 2xy = x^2 - 2xy + y^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

تبرين 09 عدد:

$$A = B = x^2 + y^2$$

تبرين 01 عدد:

$$(1-\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3} , \quad (\sqrt{2}+1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$(3\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1) = (3\sqrt{2})^2 - 1^2 = 9 \times 2 - 1 = 18 - 1 = 17 , \quad (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

$$(3+2\sqrt{2})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 12\sqrt{2} + 4 \times 2 = 9 + 12\sqrt{2} + 8 = 17 + 12\sqrt{2}$$

$$(2\sqrt{3}-3)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 3 + 3^2 = 4 \times 3 - 12\sqrt{3} + 9 = 12 - 12\sqrt{3} + 9 = 21 - 12\sqrt{3}$$

$$[1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})][1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})] = 1^2 - (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 = 1 - (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 4 - 2\sqrt{6}$$

$$[\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})][\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})] = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{5})^2 = 2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2) = 2 - 3 + 2\sqrt{15} - 5 = -6 + 2\sqrt{15}$$

$$[2-\sqrt{2}+\sqrt{3}][2+\sqrt{2}-\sqrt{3}] = [2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})][2+(\sqrt{2}-\sqrt{3})] = 2^2 - (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = 4 - ((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) = 4 - 2 + 2\sqrt{6} - 3 = -1 + 2\sqrt{6}$$

$$\text{تبرين 02 عدد: } (1) \quad x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = x^2 - y^2 \quad (2) \quad a = b^2 - 1$$

$$* (x+1)(x-1) = x^2 - 1 , \quad * (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 , \quad * (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$* 101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 + 1 = 10000 + 200 + 1 = 10201 \quad (2) \quad * 99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 + 1 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$* 101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1 = 9999$$

تبرين 04 عدد:

$$(\sqrt{7}-x)^2 = 7 - 2\sqrt{7}x + x^2 , \quad (x+\sqrt{5})^2 = x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 , \quad (2x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{2}) = (2x)^2 - (\sqrt{2})^2 = 4x^2 - 2$$

$$(x^3-1)(x^3+1) = (x^3)^2 - 1 = x^6 - 1 , \quad (x^2+2)^2 = (x^2)^2 + 4x^2 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 , \quad \left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$$

$$(x-\sqrt{2}+\sqrt{3})(x+\sqrt{2}+\sqrt{3}) = (x-(\sqrt{2}-\sqrt{3}))(x+(\sqrt{2}-\sqrt{3})) = x^2 - (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = x^2 - (2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 3) = x^2 - 2 + 2\sqrt{6} - 3 = x^2 + 2\sqrt{6} - 5$$

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(2x-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2x+\sqrt{5}) = [(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})][2x-\sqrt{5}][2x+\sqrt{5}] = [(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2][(2x)^2 - (\sqrt{5})^2]$$

$$= [(3) - (2)][(2x)^2 - (5)] = (3-2)(4x^2-5) = 4x^2-5$$

$$= (3-2)(4x^2-5) = 4x^2-5$$

تبرين 05 عدد:

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 , \quad x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 , \quad x^2 - 9 = (x+3)(x-3) , \quad x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)^2 , \quad 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x-5)(2x+5) , \quad x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2+1)^2 - \frac{1}{4}x^2 - x + 1 = \left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 , \quad x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = (x-\sqrt{3})^2 , \quad 9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2$$

$$(x+1)^2 + 2(x+1) + 1 = [(x+1)+1]^2 = (x+2)^2 , \quad 5x^2 - 3 = (\sqrt{5}x)^2 - (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{5}x-\sqrt{3})(\sqrt{5}x+\sqrt{3})$$

$$(2) \text{ اعتمادا على السؤال (1) لدينا: } 10\sqrt{10} = (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (5 \times 2) = 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} = \left(\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$3^0 = 3^{-39} \times 3^{39} = \left(\frac{3^{-39} + 3^{39}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3^{-39} - 3^{39}}{2}\right)^2$$

تبريرين عدديين:

$$(1) \quad xy = \sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}} \times \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}} = \sqrt{(2\sqrt{5} + \sqrt{19})(2\sqrt{5} - \sqrt{19})} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{19})^2} = \sqrt{20 - 19} = \sqrt{1} = 1$$

$$(x+y)^2 = (\sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}} + \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}})^2$$

$$= \sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}}^2 + 2\sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}} \times \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}} + \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}}^2$$

$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{19} + 2 \times 1 + 2\sqrt{5} - \sqrt{19} = (2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}) + (\sqrt{19} - \sqrt{19}) + 2 = 4\sqrt{5} + 2$$

$$(x-y)^2 = (\sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}} - \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}})^2 = \sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}}^2 - 2\sqrt{2\sqrt{5} + \sqrt{19}} \times \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}} + \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{19}}^2$$

$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{19} - 2 \times 1 + 2\sqrt{5} - \sqrt{19} = 4\sqrt{5} - 2$$

$$(2) \quad \frac{x+y}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)(x-y)} = \frac{x^2 - y^2}{(x-y)^2} = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{19} - (2\sqrt{5} - \sqrt{19})}{4\sqrt{5} - 2} = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{19} - 2\sqrt{5} + \sqrt{19}}{4\sqrt{5} - 2} = \frac{2\sqrt{19}}{4\sqrt{5} - 2}$$

$$\frac{2\sqrt{19}}{4\sqrt{5} - 2} = \frac{2\sqrt{19} \times (4\sqrt{5} + 2)}{(4\sqrt{5} - 2)(4\sqrt{5} + 2)} = \frac{8\sqrt{95} + 4\sqrt{38}}{80 - 4} = \frac{2\sqrt{95} + \sqrt{38}}{19}$$

تبريرين عدديين: (1) لدينا $a \geq 0$, $b \geq 0$ لذا $a \leq b$ و $b \geq 0$, $a \geq 0$ يعني $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ و $\sqrt{b} \geq 0$ إذن:

$$2A\sqrt{a} = 2(\sqrt{b} - \sqrt{a})\sqrt{a} = 2(\sqrt{b} \times \sqrt{a} - \sqrt{a} \times \sqrt{a}) = 2(\sqrt{ab} - a) \quad (2)$$

$$(3) \quad B^2 - A^2 = (\sqrt{b-a})^2 - (\sqrt{b-a})^2 = (b-a) - (b-a) = (b-a) - (b-2\sqrt{ab}+a) = 2A\sqrt{a}$$

$$= b-a-b+2\sqrt{ab}-a = -2a+2\sqrt{ab} = 2(\sqrt{ab}-a) = 2A\sqrt{a}$$

$$(4) \quad \text{لدينا } \sqrt{b-a} \geq 0 \text{ لذا } 2A\sqrt{a} \geq 0 \text{ يعني } B^2 - A^2 = 2A\sqrt{a} \geq 0 \text{ وبما أن } A \geq 0 \text{ و } B \geq 0 \text{ فإن}$$

$$(5) \quad \text{بغير } \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ و } a = 2 - \sqrt{3} \text{ و } b = 7 - 2\sqrt{3} \text{ فإن } b-a = (7-2\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) = 5 - \sqrt{3} > 0$$

$$b^2 = (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} + 2^2 = 3 + 8 + 4 = 15$$

$$ab = \sqrt{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9-8} = 1$$

$$(2) \quad \text{بما أن } a \text{ موجب } b, \quad ab = 1 \text{ فإن } a \text{ معكوب } b.$$

$$(3) \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (3-2\sqrt{2}) + 2 \times 1 + (3+2\sqrt{2}) = 3-2\sqrt{2} + 2 + 3 + 2\sqrt{2} = 8$$

$$(2) \quad (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2 = 3 + 2 = 5$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{15} = (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 = 3 + 5 = 8$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} = \frac{2\sqrt{2}}{2-1} = 2\sqrt{2}$$

تبريرين عدديين:

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{(\sqrt{3}+2) - (\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3})^2-2^2} = \frac{4}{3-4} = -4$$

$$\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2} - \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+2)(2+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}-2)(2+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3}+4\sqrt{3}+4) - (\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4)}{3-4} = \frac{4\sqrt{3}+4-4\sqrt{3}-4}{-1} = 0$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2} = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+2)(1+\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}^2}{(\sqrt{3}+2)(1+\sqrt{2})} = \frac{1-2}{(\sqrt{3}+2)(1+\sqrt{2})} = \frac{-1}{(\sqrt{3}+2)(1+\sqrt{2})}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{5}-2\sqrt{7})}{\frac{1}{2}(\frac{3\sqrt{2}+2}{2\sqrt{7}+5})} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2}\right) \times \frac{\sqrt{5}-2\sqrt{7}}{2-3\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{7}+5}{3\sqrt{2}+2} = \frac{2}{2-3\sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{7})(2\sqrt{7}+5)}{(3\sqrt{2}+2)} = \frac{(\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{7})^2}{2-(3\sqrt{2})^2} = \frac{5-28}{4-18} = \frac{-23}{-14} = \frac{23}{14}$$

تبريرين عدديين:

$$5-2\sqrt{6} = 2-2\sqrt{3}\sqrt{2}+3 = (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2, \quad 5+2\sqrt{6} = 2+3+2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \quad (1)$$

$$11-6\sqrt{2} = 9+2-2 \times 3\sqrt{2} = (3-\sqrt{2})^2, \quad 12+2\sqrt{35} = 7+5+2\sqrt{5} \times \sqrt{7} = (\sqrt{7}+\sqrt{5})^2$$

$$27-10\sqrt{2} = 25+2-2 \times 5\sqrt{2} = (5-\sqrt{2})^2, \quad 27+10\sqrt{2} = 25+2+2 \times 5\sqrt{2} = (5+\sqrt{2})^2$$

$$14-4\sqrt{10} = 10+4-2 \times 2\sqrt{10} = (\sqrt{10}-2)^2, \quad 14+4\sqrt{10} = 10+4+2 \times 2\sqrt{10} = (\sqrt{10}+2)^2$$

$$\sqrt{27+10\sqrt{2}} + \sqrt{27-10\sqrt{2}} = \sqrt{(5+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5-\sqrt{2})^2} = |5+\sqrt{2}| + |5-\sqrt{2}| = (5+\sqrt{2}) + (5-\sqrt{2}) = 10 \quad (2)$$

$$\sqrt{14-4\sqrt{10}} + \sqrt{14+4\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{10}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{10}+2)^2} = |\sqrt{10}-2| + |\sqrt{10}+2| = (\sqrt{10}-2) + (\sqrt{10}+2) = 2\sqrt{10}$$

$$E = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left[\left(\frac{a+b}{2}\right) - \left(\frac{a-b}{2}\right)\right] \left[\left(\frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{a-b}{2}\right)\right] \quad (1)$$

$$= \left[\frac{(a+b) - (a-b)}{2}\right] \left[\frac{(a+b) + (a-b)}{2}\right] = \left(\frac{a+b-a+b}{2}\right) \left(\frac{a+b+a-b}{2}\right) = \frac{2b}{2} \times \frac{2a}{2} = b \times a = ab$$

$$(2) \text{ لدينا } \left| \frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right| = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ يعني } \sqrt{\left(\frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right)^2} = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ لذا } A = \left(\frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right)^2 = 2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ فإن } \frac{\sqrt{b}}{b} = \frac{1}{\sqrt{b}} \text{ و } \frac{\sqrt{a}}{a} = \frac{1}{\sqrt{a}} \text{ ونعلم أن } \left(\frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right) > 0 \text{ لأن } \frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \sqrt{2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ ونفس الطريقة } \frac{\sqrt{5+2\sqrt{2}}}{5+2\sqrt{2}} = \frac{1}{5+2\sqrt{2}} \text{ لدينا } (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{2}}} = \sqrt{2 + \frac{1}{5+2\sqrt{2}} + \frac{1}{5-2\sqrt{2}}} = \sqrt{2 + \frac{10}{25-24}} = \sqrt{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{2}}} = \sqrt{2 + \frac{1}{5+2\sqrt{2}} + \frac{1}{5-2\sqrt{2}}} = \sqrt{2 + \frac{10}{25-24}} = \sqrt{12}$$

تبرين 18: (1)

$$a = \sqrt{54} - \sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{9 \times 6} - \sqrt{6 \times 4} - \frac{1}{2}\sqrt{5 \times 4} = \sqrt{9 \times 6} - \sqrt{6 \times 4} - \frac{1}{2}\sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$b = \sqrt{600} - \sqrt{486} + \sqrt{5} = \sqrt{100 \times 6} - \sqrt{81 \times 6} + \sqrt{5} = \sqrt{100 \times 6} - \sqrt{81 \times 6} + \sqrt{5} = 10\sqrt{6} - 9\sqrt{6} + \sqrt{5} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{6}^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 6 + 2\sqrt{30} + 5 = 11 + 2\sqrt{30}$$

$$a^2 = (\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 = \sqrt{6}^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 6 - 2\sqrt{30} + 5 = 11 - 2\sqrt{30}$$

$$b^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{6}^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 6 + 2\sqrt{30} + 5 = 11 + 2\sqrt{30}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{(11 - 2\sqrt{30}) - (11 + 2\sqrt{30})}{ab} = \frac{-4\sqrt{30}}{ab} = -\frac{4\sqrt{30}}{ab}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{5}) + (\sqrt{6} - \sqrt{5})}{ab} = \frac{2\sqrt{6}}{ab}$$

تبرين 19: (1)

$$a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1 = \sqrt{25 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} - 1 = \sqrt{25 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} - 1 = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 1 = 3\sqrt{5} - 1$$

$$b = 6 + 4\sqrt{5}$$

$$b^2 = (6 + 4\sqrt{5})^2 = 36 + 48\sqrt{5} + 80 = 116 + 48\sqrt{5}$$

$$(b-a)^2 = [(6 + 4\sqrt{5}) - (3\sqrt{5} - 1)]^2 = (6 + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 1)^2 = (7 + \sqrt{5})^2 = 49 + 14\sqrt{5} + 5 = 54 + 14\sqrt{5}$$

$$(b-a)^2 = ab$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b-a} \text{ وبالتالي } \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{b-a} \text{ فإذن } (b-a)^2 = ab \text{ وبما أن } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{b-a}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (3 - 2\sqrt{2}) - 2 \times 1 + (3 + 2\sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2} - 2 + 3 + 2\sqrt{2} = 4$$

$$(4) \text{ لدينا } 8 = (a+b)^2 = \sqrt{8} \text{ يعني } \sqrt{(a+b)^2} = \sqrt{8} \text{ يعني } |a+b| = \sqrt{8} \text{ يعني } |a+b| = 2\sqrt{2} \text{ لأن } a+b \geq 0$$

$$a-b=2 \text{ يعني } |a-b|=2 \text{ يعني } \sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{4} \text{ يعني } (a-b)^2 = 4 \text{ لدينا كذلك: } \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$(1) \text{ لدينا } (a-b) \geq 0 \text{ لذا } \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2$$

تبرين 16: (1)

$$(a \in \mathbb{R}_+, \sqrt{a^2 - b} < a \text{ يعني } \sqrt{a^2 - b} < |a| \text{ يعني } \sqrt{a^2 - b} < \sqrt{a^2} \text{ يعني } a^2 - b < a^2 \text{ يعني } -b < 0 \text{ يعني } b > 0$$

(2)

$$x^2 + y^2 = \left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \right)^2 = \frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2} + \frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

$$xy = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \times \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} = \sqrt{\frac{(a+\sqrt{a^2-b})(a-\sqrt{a^2-b})}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 - (a^2 - b)}{4}} = \sqrt{\frac{b}{4}} = \frac{\sqrt{b}}{2}$$

$$(3) \text{ لدينا } x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \text{ يعني } (x+y)^2 = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \text{ يعني } x+y = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$$

$$x+y = \sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{a+\sqrt{b}} \text{ فإذن } xy = \frac{\sqrt{b}}{2} \text{ و } x^2 + y^2 = a \text{ وبما أن } x+y \geq 0 \text{ لدينا } x+y = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$$

$$\sqrt{(x-y)^2} = \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \text{ يعني } (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \text{ يعني } |x-y| = \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$xy = \frac{\sqrt{b}}{2} \text{ فإذن } x^2 + y^2 = a \text{ وبما أن } x^2 + y^2 = a \text{ يعني } x-y = \sqrt{a-2\sqrt{b}} \text{ وبالتالي } x-y = \sqrt{a-2\sqrt{b}}$$

$$x-y = \sqrt{a-2\sqrt{b}} \text{ وبالتالي } x-y = \sqrt{a-2\sqrt{b}}$$

$$(4) \text{ بالاعتماد على السؤال 3 لدينا } a=7 \text{ و } b=4 \text{ فإذن } \sqrt{\frac{7+\sqrt{49-4}}{2}} + \sqrt{\frac{7-\sqrt{49-4}}{2}} = \sqrt{\frac{7+\sqrt{45}}{2}} + \sqrt{\frac{7-\sqrt{45}}{2}}$$

$$\text{على: } 3 = \sqrt{7+4\sqrt{5}} + \sqrt{7-4\sqrt{5}} = \sqrt{7+\sqrt{4}} + \sqrt{7-2} = \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{بالاعتماد على السؤال 3 لدينا } a=4 \text{ و } b=9 \text{ فإذن } \sqrt{\frac{4+\sqrt{16-9}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{16-9}}{2}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4+\sqrt{16-9}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{16-9}}{2}} = \sqrt{4-\sqrt{9}} = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{تبرين 17: (1) } A = \left(\frac{\sqrt{a}}{a} + \frac{\sqrt{b}}{b} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{a}}{a} \right)^2 + 2 \frac{\sqrt{a}}{a} \frac{\sqrt{b}}{b} + \left(\frac{\sqrt{b}}{b} \right)^2 = \frac{a}{a^2} + 2 \frac{\sqrt{ab}}{ab} + \frac{b}{b^2} = \frac{1}{a} + 2 \frac{\sqrt{ab}}{ab} + \frac{1}{b}$$

$$A = \frac{1}{a} + 2 \frac{\sqrt{ab}}{ab} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{b} \text{ فإذن } ab = 1 \text{ لذا } \frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{b} = 1 + 2 + \frac{1}{b} = a$$

(2) بالاعتماد على السؤال (1): نعتبر $a = \sqrt{5}$ و $b = 2\sqrt{3}$ ، بما أن:

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2] = \frac{1}{4} \left[\left(\sqrt{5+2\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\sqrt{5-2\sqrt{3}}\right)^2 \right] = \sqrt{5+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{5-2\sqrt{3}} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3} = \sqrt{5^2 - 12} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}$$

و نعتبر $a = \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{3}$ بما أن $\frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2] = \left(\frac{a+b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{\sqrt{2}}\right)^2$

$$\left(\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 45+3=48$$

بنفس الطريقة $= 1 + 175 = 176$

تمرین 24-1: S المساحة المظلوبة

$$S = (x + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - 1)^2 = [(x + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - 1)] [(x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - 1)] = (x + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1) (x + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1) = (x + 1) (x + 2\sqrt{3} - 1) \quad (1)$$

2) في حالة $x = \sqrt{3}$:

$$S = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1) = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 + 3\sqrt{3} = 9 + 2\sqrt{3} - 1 = 8 + 2\sqrt{3}$$

حالة $x = \sqrt{3} + 1$:

$$S = (\sqrt{3} + 1 + 1)(\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 9 + 6\sqrt{3}$$

تمرین 25-11: اعتبر S المساحة المشطوبة

$$S = (a + 5\sqrt{2})^2 - 4(b + \sqrt{2})^2 \quad (1)$$

$$S = (a + 5\sqrt{2})^2 - 4(b + \sqrt{2})^2 = (a + 5\sqrt{2})^2 - [2(b + \sqrt{2})]^2 = [(a + 5\sqrt{2}) - 2(b + \sqrt{2})][(a + 5\sqrt{2}) + 2(b + \sqrt{2})] \quad (2)$$

(3) في حالة $a=b=\sqrt{2}$ ،

$$S=(a-2b+3\sqrt{2})(a+2b+7\sqrt{2})=(\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2})(\sqrt{2}+2\sqrt{2}+7\sqrt{2})=2\sqrt{2}\times 10\sqrt{2}=40\text{ cm}^2$$

$$S = (a - 2b + 3\sqrt{2})(a + 2b + \sqrt{2}) = (\sqrt{2} + 1 - 2)(\sqrt{2} - 1) + 3\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1 + 2)(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2})$$

$$= (2\sqrt{2} + 3) \left(10\sqrt{2} - 1 \right) = 2\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3 \times 10\sqrt{2} - 3 = 37 - 2\sqrt{2} + 30\sqrt{2} = (37 + 28\sqrt{2}) \text{ cm}^2$$

تمرین 26-1: نعتبر S المساحة المشطوبة

$$S = (2x)^2 - \left[4 \times \frac{x^2}{2} + 2 \times \frac{y^2}{2} \right] = 4x^2 - (2x^2 + y^2) = 4x^2 - 2x^2 - y^2 = 2x^2 - y^2 \quad (1)$$

$$S = 2x^2 - y^2 = (\sqrt{2}x)^2 - y^2 = (\sqrt{2}x - y)(\sqrt{2}x + y) \quad (2)$$

(3) في حالة $x = \sqrt{3} + 1$ و $y = \sqrt{3} - 1$

$$S = 2x^2 - y^2 = 2(\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)^2 = 2(3+2\sqrt{3}+1) - (3-2\sqrt{3}+1) = 2(4+2\sqrt{3}) - (4-2\sqrt{3}) = 8+4\sqrt{3} - 4+2\sqrt{3} = (4+6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

تمرین 27-ع: S المساحة المشطوبة

$$S = \pi(x + y)^2 - \pi x^2 = \pi(x^2 + 2xy + y^2) - \pi x^2 = \pi(x^2 + 2xy + y^2 - x^2) = \pi(2xy + y^2) = \pi y(2x + y)$$

تبرین عدد 20: 1) (أ) في حالة $x=0$ ، $\frac{8}{9}$ ، $\frac{8}{9} = 0 + 0 + \frac{8}{9} = 0 + 0 + \frac{8}{9}$ ، $A = 0^2 + 2 \times 0 + \frac{8}{9}$

في حالة $x = -2$ $A = (-2)^2 + 2 \times (-2) + \frac{8}{9} = 4 - 4 + \frac{8}{9} = \frac{8}{9}$

$$A = (x+1)^2 - \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = x^2 + 2x + 1 - \frac{1}{9} = x^2 + 2x + \frac{8}{9} = A \quad (\text{b})$$

$$A = (x+1)^2 - \frac{1}{9} = (x+1)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left[(x+1) - \frac{1}{3}\right] \left[(x+1) + \frac{1}{3}\right] = \left(x+1 - \frac{1}{3}\right) \left(x+1 + \frac{1}{3}\right) = \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{4}{3}\right) \quad (c)$$

$$\cdot B = (3x+1) \left(x + \frac{4}{3} \right) \cdot \frac{1}{3} (3x+1) \left(x + \frac{4}{3} \right) = 3x \times x + \frac{4}{3} \times 3x + x + \frac{4}{3} = 3x^2 + 4x + x + \frac{4}{3} = 3x^2 + 5x + \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\left(\frac{x+2}{3}\right)\left(\frac{x+4}{3}\right)}{\left(\frac{x+4}{3}\right)\left(\frac{x+3}{3}\right)} = \frac{x+2}{x+1} \quad (\text{ج})$$

تقریباً $(\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7})$ $29 - 4\sqrt{7} = \sqrt{28}^2 - 2\sqrt{28} + 1 = (\sqrt{28} - 1)^2$ (11)

$$\begin{aligned} A &= x^2 - (29 - 4\sqrt{7}) = x^2 - (\sqrt{28} - 1)^2 = (x - (\sqrt{28} - 1))(x + (\sqrt{28} - 1)) = (x - \sqrt{28} + 1)(x + \sqrt{28} - 1) \quad (4) \\ A+B &= (x - 2\sqrt{7} + 1)(x + 2\sqrt{7} - 1) + (x + \sqrt{7})(x - 2\sqrt{7} + 1) = (x - \sqrt{28} + 1)(x + \sqrt{28} - 1) + (x + \sqrt{28} - 1)(x - \sqrt{28} + 1) \\ &= (x + \sqrt{28} - 1)(x - \sqrt{28} + 1) + (x + \sqrt{28} - 1)(x - \sqrt{28} + 1) = (x + \sqrt{28} - 1)(2x - 2\sqrt{28} + 2) = (x + \sqrt{28} - 1)(2x - 2\sqrt{28} + 2) \end{aligned}$$

$$E = (1 + \sqrt{2}) \left(1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} \right) = (1 + \sqrt{2}) \left[(1 + \sqrt{2}) \left(1 - \sqrt{2} \right) \right] = (1 - \sqrt{2})^2 (1 + 2) = (1 - 2) (1 + 2) = -1 \cdot 3 = -3$$

ب) في حالة $a = \sqrt{2}$ ، $E = 1 - a^2 = 1 - (\sqrt{2})^2 = 1 - 2 = -1$ ،

في حالة $a = 2\sqrt{3}$ ، $a^2 = 12$ ، $1 - a^2 = 1 - 12 = -11$ ، $E = -11$

في حالة $a = \sqrt{5} + 1$ ، $E = 1 - a^2 = 1 - (\sqrt{5} + 1)^2 = 1 - (\sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5} + 1) = 1 - (6 + 2\sqrt{5}) = 1 - 6 - 2\sqrt{5} = -5 - 2\sqrt{5}$

$$E=1-a^2=1-(3\sqrt{2}-1)^2=1-\left((3\sqrt{2})^2-2\times 3\sqrt{2}+1\right)=1-(18-6\sqrt{2}+1)=1-(19-6\sqrt{2})=1-19+6\sqrt{2}=-18+6\sqrt{2}$$

$$F = a + 1 + 2\sqrt{a} = \sqrt{a}^2 + 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} + 1)^2 \quad (1) \quad (2)$$

$$\frac{E}{F} = \frac{(1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a+a-2\sqrt{a}})}{(1+\sqrt{a})^2} = \frac{1-\sqrt{a+a-2\sqrt{a}}}{1+\sqrt{a}} = \frac{(1-\sqrt{a})(1+a)}{1+\sqrt{a}} \quad (b)$$

$$A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2] = \frac{1}{4}[(a+b) + (a-b)][(a+b) + (a-b)] = \frac{1}{4}(a+b-a+b)(a+b+a-b) = \frac{1}{4}(2b)(2a) = \frac{1}{4} \times 4ab = ab \quad (1)$$

$$B = \frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2] = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2) = \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2) = \frac{1}{2} \times 2(a^2 + b^2) = a^2 + b^2$$

لدينا (2)
$$\left[\frac{x-y}{x+y} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \right]^2 = \frac{4x^2}{x^2 - y^2}$$
 بتعويض $x = \sqrt{2}$ و $y = 2$ نحصل على

$$\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \right]^2 = \frac{4(\sqrt{7})^2}{\sqrt{7^2-2^2}} = \frac{4 \times 7}{7-4} = \frac{28}{3}$$

$$\begin{aligned} (1+1)^2 &= 2^2 = 1^2 + 2 \times 1 + 1, (0+1)^2 = 1^2 = 0^2 + 2 \times 0 + 1; \text{ لذا } (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \\ (n-2+1)^2 &= (n-1)^2 + 2(n-2) + 1, \dots, (3+1)^2 = 4^2 = 3^2 + 2 \times 3 + 1, (2+1)^2 = 3^2 = 2^2 + 2 \times 2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{يفني} \quad (n+1)^2 &= n^2 + 2n + 1, \quad ((n-1)+1)^2 = n^2 = (n-1)^2 + 2(n-1) + 1 \\ 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + (n+1)^2 &= 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + 2(1+2+\dots+n) + (n+1) \times 1 \\ 2(1+2+\dots+n) &= (n+1)^2 - (n+1) \quad \text{يفني} \quad (n+1)^2 = 2(1+2+\dots+n) + (n+1) \end{aligned}$$

$$1+2+\dots+n=\frac{(n+1)^2-(n+1)}{2}=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1-2^2+3^3-4^4+5^5-6^6+\dots+(2009)^{-2}-(2010)^2=(1-2)(1+2)+(3-4)(3+4)+(5-6)(5+6)-\dots+(2009-2010)(2009+2010) \\ =(-1)(1+2)+(-1)(3+4)+(-1)(5+6)+\dots+(-1)(2009+2010)$$

$$= -(1+2+3+4+5+6+\dots+2009+2010) = -\left(\frac{2010 \times (2010+1)}{2}\right) = -\frac{2010 \times 2011}{2} = -2021055$$

بالا عقد على السؤال (02)
$$\frac{n(n+1)}{2} \quad (n=2010, 1+2+\dots+n)$$

$$A^2 + A - 1 = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) - 1 = \frac{1}{4} (\sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} + 1) + \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1) - 1 \quad (1)$$

(3) لدينا $\frac{1}{A} = A + 1$ لذا

$$\frac{\sqrt{A} + \sqrt{A+1}}{\sqrt{A+1}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A}} + \frac{\sqrt{A+1}}{\sqrt{A+1}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{A}} = \sqrt{A} \times \frac{1}{\sqrt{A}} + \frac{1}{\sqrt{A} \times \sqrt{A}} = A + \frac{1}{A} = A + A + 1 = 2A + 1 = 2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) + 1 = \sqrt{5} - 1 + 1 = \sqrt{5}$$

$$(1+n)^4 = \left((1+n)^2 \right)^2 = (1+2n+n^2)^2 = (1+2n)^2 + 2(1+2n)n^2 + (n^2)^2 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1 \quad \text{مربعين 4 عدد 1}$$

$$p=11^2=121 \quad 14641=10^4+4 \times 10^3+6 \times 10^2+4 \times 10+1=(1+10)^4=11^4=(11^2)^2 \quad (2)$$

١٠١٠٠ - ١ = ١٠١٠٠ $x = 10^{100}$ ، $x^2 = 10^{200}$ ، $(10^{100} - 1)^2 = 10^{200} - 2 \times 10^{100} + 1 = 99 \dots 9800 \dots 01$ (٩٩ مرة العدد ٩)
 ١٠١٠٠ - ١ = ٩٠٠ (٩٠٩٩ + ١ = ٩٠٠) ، $x^2 = 900$ ، $x = 30$

تدريب 28: تقدير S المساحة المحصورة

$$S = \frac{\pi(3x)^2}{2} + \pi(2x)^2 + 2(4x \times x) = \frac{\pi}{2} \times 9x^2 + \pi \times 4x^2 + 8x^2 = \left(\frac{9\pi}{2} + 4\pi + 8 \right) x^2 = \left(\frac{9\pi}{2} + \frac{8\pi}{2} + 8 \right) x^2 = \left(\frac{17\pi}{2} + 8 \right) x^2$$

$$S = \left(\frac{17}{2} \times \pi + 8 \right) \times \sqrt{5} = \left(\frac{17}{2} \times 3.14 + 8 \right) \times 5 = 173.45 \text{ cm}^2, \quad x = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 &= n & (1) \\ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= \sqrt{n}^2 = n & (2) \\ a + \frac{1}{a} &= \sqrt{n} & (3) \\ a^2 + 2a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} &= a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 & (4) \end{aligned}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = n - 2$$

$$\left(b + \frac{1}{b}\right)^3 = \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \left(b + \frac{1}{b}\right) = \left(b^2 + \frac{1}{b^2} + 2\right) \left(b + \frac{1}{b}\right) = b^3 + \frac{b^3}{b} + \frac{b}{b^2} + \frac{1}{b^3} + 2b + \frac{2}{b} = b^3 + b + \frac{1}{b} + 2b + \frac{2}{b} \quad (2)$$

$$= b^3 + \frac{1}{b^3} + 2 \left(b + \frac{1}{b} \right) = b^3 + \frac{1}{b^3} + \sqrt{m} + 2\sqrt{m} = b^3 + \frac{1}{b^3} + 3\sqrt{m}$$

$$b^3 + \frac{1}{b^3} = \left(b + \frac{1}{b}\right)^3 - 3\sqrt{m} = \sqrt{m}^3 - 3\sqrt{m} = m\sqrt{m} - 3\sqrt{m} = \sqrt{m}(m-3)$$

(3) إذا كان $m = n$ فإن $\sqrt{m} = \sqrt{n}$ لذا $\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}$ يعني $a - b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a - b}{ab}$ يعني

$$a = b \text{ يعني } (a - b) \left(1 - \frac{1}{ab} \right) = 0 \text{ (} a = b \text{)} - \frac{a - b}{ab} = 0$$

تمرین 30د: دنیا $x + y = 3$ یعنی $y = 3 - x$ لذا $-2x^2 + 3(3 - x)^2 = -2x^2 + 3(9 - 6x + x^2)$

$$= -2x^2 + 27 - 18x + 3x^2 = x^2 - 18x + 27 = (x-9)^2 - 81 + 27 = (x-9)^2 - 54$$

بما أن $(x-9)^2 \geq 0$ فإن $-54 \geq -54$ وبالتالي $-2x^2 + 3y^2 \geq -54$

تاریخ ۳۱-۱۱:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{x-y}{x+y} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \right]^2 = \frac{x-y}{x+y} + 2\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{x-y}{x+y} + 2 + \frac{x+y}{x-y} \quad (1) \\ & \frac{(x-y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} + \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} + 2 = \frac{(x-y)^2 + (x+y)^2}{x^2 - y^2} + 2 = \frac{x^2 - 2xy + y^2 + x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} + 2 = \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 - y^2} + 2 = \frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} + 2 = \frac{2(x^2 + y^2 + x^2 - y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{4x^2}{x^2 - y^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 - y^2} + 2 = \frac{2x^2 + 2y^2 + 2(x^2 - y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{2x^2 + 2y^2 + 2x^2 - 2y^2}{x^2 - y^2} = \frac{4x^2}{x^2 - y^2}$$

7-المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

في مجموعة الأعداد الحقيقية

$$S_R = \left\{ -1; \frac{3}{2} \right\} \text{ إذن } x = -1 \text{ أو } x = \frac{3}{2} \text{ يعني } 2x - 3 = 0 \text{ يعني } (x+1)(2x-3) = 0$$

$$* (x-1)^2 - (x+\sqrt{2})^2 = 0 \text{ يعني } (x-1)^2 = (x+\sqrt{2})^2 \text{ يعني } x^2 - 4x + 1 = x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$$

$$[x-1] - [x+\sqrt{2}] = 0 \text{ يعني } (x-1) - (x+\sqrt{2}) = 0 \text{ يعني } -1 - \sqrt{2} = 0$$

$$S_R = \left\{ \frac{1-\sqrt{2}}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \text{ يعني } 2x = 1 - \sqrt{2}$$

$$* (\sqrt{3}-x) \left(\frac{1}{3}x - 1 \right) + 3(x - \sqrt{3}) = 0 \text{ يعني } (\sqrt{3}-x) \left(\frac{1}{3}x - 1 \right) + 3x - 3\sqrt{3} = 0$$

$$\frac{1}{3}x - 4 = 0 \text{ يعني } (\sqrt{3}-x) \left(\frac{1}{3}x - 4 \right) = 0 \text{ يعني } (\sqrt{3}-x) \left[\left(\frac{1}{3}x - 1 \right) - 3 \right] = 0$$

$$S_R = \{ \sqrt{3}; 12 \} \text{ إذن } x = \sqrt{3} \text{ أو } x = 12 \text{ يعني } \sqrt{3} - x = 0 \text{ أو } x = 12$$

$$* x^2 + 1 = 0 \text{ يعني } x^2 = -1 \text{ لا يمكن لأن } x^2 \geq 0 \text{ و } -1 < 0$$

$$* S_R = \{ 2 \} \text{ إذن } x = 2 \text{ يعني } x - 2 = 0 \text{ و } x^2 - 4 = 0 \text{ يعني } (x^2 - 4)^2 = 0$$

$$(x+2)x = x^2 + 2x : \text{ مساحة المستطيل } ABCD : \frac{(x-1)(x+2)}{2} = \frac{x^2 + x - 2}{2}$$

$$\text{مساحة المثلث DIC : } \frac{(x-1)(x+2)}{2} = \frac{x^2 + x - 2}{2}$$

$$\text{مساحة المثلث DIC تساوي ثلث مساحة المستطيل ABCD يعني } \frac{x^2 + x - 2}{3} = \frac{x^2 + 2x}{2}$$

$$3x^2 + 3x - 6 - 2x^2 - 4x = 0 \text{ يعني } (3x^2 + 3x - 6) - (2x^2 + 4x) = 0 \text{ يعني } \frac{6}{2}(x^2 + x - 2) = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \text{ أو } x + 2 = 0 \text{ يعني } (x^2 - x - 6) = (x-3)(x+2) \text{ لأن } (x-3)(x+2) = 0 \text{ يعني } x = 3 \text{ أو } x = -2$$

$$S_R = \{ 3 \} \text{ إذن } x > 0 \text{ ليست حل لأن } x > 0$$

$$\text{تبرين عدد 17 : } 468 = 2^2 \times 3^2 \times 13 = (2 \times 3)^2 \times 13$$

$$n^2 = (2 \times 3)^2 \text{ أو } n^2 = 3^2 \text{ أو } n^2 = 2^2 \text{ يعني } n^2(2n+1) = 468 = 2^2 \times 3^2 \times 13 = (2 \times 3)^2 \times 13$$

$$* \text{ في حالة } n^2 = 2^2 \text{ ، لنيا } n = 2 \text{ لذا } 2n + 1 = 5 \text{ و } n = 2 \neq 5$$

$$* \text{ في حالة } n^2 = 3^2 \text{ ، لنيا } n = 3 \text{ لذا } 2n + 1 = 7 \text{ و } n = 3 \neq 7$$

$$* \text{ في حالة } n^2 = 2^2 \times 3^2 \text{ ، لنيا } n = 6 \text{ لذا } 2n + 1 = 13 \text{ و } n = 6 \neq 13$$

$$\text{تبرين عدد 1 : } \frac{93}{2x-1} + \frac{93}{3x+1} = \frac{(2x-1)(3x+1) + 93}{(2x-1)(3x+1)} = \frac{6x^2 - x + 92}{3x+1}$$

$$2x - 1 + \frac{93}{3x+1} \in \mathbb{N} \text{ يعني } \frac{6x^2 - x + 92}{3x+1} \in \mathbb{N} \text{ (ب) ؛ } D_{93} = \{1; 3; 31; 93\}$$

$$D_{93} = \{1; 3; 31; 93\} \text{ لذا } x \in \mathbb{N}^* \text{ يعني } \frac{93}{3x+1} \in \mathbb{N} \text{ (أ) لنيا } 93 = 3 \times 31$$

7-المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

في مجموعة الأعداد الحقيقية

$$* S_R = \{ 0; \pi \} \text{ إذن } x = \pi \text{ أو } x = 0 \text{ يعني } x - \pi = 0 \text{ يعني } \frac{2\pi}{3}x(x - \pi) = 0$$

$$* S_R = \{ -\sqrt{2}; \pi \} \text{ إذن } x = \pi \text{ أو } x = -\sqrt{2} \text{ يعني } x - \pi = 0 \text{ أو } x + \sqrt{2} = 0 \text{ يعني } (x - \pi)(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$* S_R = \{ -1 \text{ أو } x = \frac{1}{2} \} \text{ إذن } x = -1 \text{ أو } x = \frac{1}{2} ; x = 0 \text{ يعني } x + 1 = 0 \text{ أو } x - \frac{1}{2} = 0 ; x = 0 \text{ يعني } \sqrt{5}x \left(x - \frac{1}{2} \right) (x + 1) = 0$$

$$S_R = \left\{ 0; -1; \frac{1}{2} \right\}$$

$$* S_R = \{ 2\sqrt{3} \} \text{ إذن } x = 2\sqrt{3} \text{ يعني } 2\sqrt{3} - x = 0 \text{ يعني } \frac{2\sqrt{3} - x}{\sqrt{3}} = 0$$

$$* S_R = \left\{ -\frac{\sqrt{7}}{3} \right\} \text{ إذن } x = -\frac{\sqrt{7}}{3} \text{ يعني } 3x = -\sqrt{7} \text{ يعني } 3x + \sqrt{7} = 0 \text{ يعني } (3x + \sqrt{7})^2 = 0$$

$$* S_R = \{ 3\sqrt{11} \} \text{ إذن } x = 3\sqrt{11} \text{ يعني } 3\sqrt{11} - x = 0 \text{ يعني } (3\sqrt{11} - x)^2 = 0$$

$$* S_R = \{ -3; 3 \} \text{ إذن } x = -3 \text{ أو } x = 3 \text{ يعني } x^2 = 9$$

$$* \text{تبرين عدد 13 : } S_R = \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2} \right\} \text{ إذن } x = -\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ أو } x = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ يعني } x^2 = \frac{5}{4} \text{ يعني } 4x^2 = 5$$

$$* S_R = \left\{ -\frac{5}{4} \right\} \text{ إذن } x = -\frac{5}{4} \text{ يعني } 4x^2 - 5 = 0$$

$$* S_R = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{1}{2} \text{ يعني } 2x = 1 \text{ يعني } 2x - 1 = 0 \text{ يعني } (2x - 1)^2 = 0$$

$$* S_R = \left\{ -\frac{3}{2} \right\} \text{ إذن } x = -\frac{3}{2} \text{ يعني } 2x = -3 \text{ يعني } 2x + 3 = 0 \text{ يعني } x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0 \text{ يعني } x^2 + 2\sqrt{3}x = -3$$

$$* S_R = \{ -\sqrt{3} \} \text{ إذن } x = -\sqrt{3} \text{ يعني } x + \sqrt{3} = 0 \text{ يعني } (x + \sqrt{3})^2 = 0$$

$$* S_R = \{ -\sqrt{2} - 1 \} \text{ إذن } x = -\sqrt{2} - 1 \text{ يعني } 2x = -\sqrt{2} - 1 \text{ يعني } (2x + \sqrt{2} + 1) = 0$$

$$* S_R = \left\{ \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \text{ يعني } 2x = -\sqrt{2}-1 \text{ يعني } (2x + \sqrt{2} + 1) = 0$$

$$* S_R = \left\{ \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \text{ يعني } 2x = -\sqrt{2}-1 \text{ يعني } (2x + \sqrt{2} + 1) = 0$$

$$* S_R = \left\{ \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \text{ يعني } 2x = -\sqrt{2}-1 \text{ يعني } (2x + \sqrt{2} + 1) = 0$$

$$* S_R = \left\{ \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \right\} \text{ إذن } x = \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \text{ يعني } 2x = -\sqrt{2}-1 \text{ يعني } (2x + \sqrt{2} + 1) = 0$$

$$* \text{تبرين عدد 1 : } 2x^2 = 2 \text{ يعني } 3x^2 - x^2 = 3 - 1 = 2 = x^2 + 3 \text{ يعني } \sqrt{3x^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 3}$$

$$\text{يعني } x^2 = 1 \text{ يعني } x = 1 \text{ أو } x = -1 \text{ إذن } S_R = \{ -1; 1 \}$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

$$* (2x+1)^2 - (x-2)^2 = 0 \text{ يعني } (2x+1)^2 = (x-2)^2$$

7- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

في مجموعة الأعداد الحقيقية

$$* (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 3(\sqrt{3} + \sqrt{3}) \leq 3 \times (1.73 + 2.64) \leq 3(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \leq 3 \times (1.74 + 2.65) \text{ لذا } \sqrt{63} + \sqrt{27} = 3\sqrt{7} + 3\sqrt{3} = 3(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \text{ يعني}$$

$$13.11 \leq \sqrt{63} + \sqrt{27} \leq 13.17$$

$$* 2\sqrt{21} = 2\sqrt{3 \times 7} = 2\sqrt{3} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{3} \times 2.65 = 4\sqrt{3} \times 2.65 \leq 4 \times 2.65 \sqrt{21} \leq 18.44$$

$$\text{تبرين ص 21: (1) } (x+3)(x-1) = (x+1)^2 - 2^2 = (x+1-2)(x+1+2) = (x-1)(x+3) \text{ لذا } 5 \leq x+3 \leq 8 \text{ و } 1 \leq x-1 \leq 4$$

$$\text{لذا } 2 \leq x \leq 5 \text{ يعني } 5 \leq A \leq 32 \text{ إذن } 5 \leq (x-1)(x+3) \leq 32$$

$$\text{تبرين ص 22: (1) } \frac{1}{1+x} = \frac{1-x^2}{(1-x)(1+x)} + \frac{x^2}{1+x} = \frac{1-x^2}{1+x} + \frac{x^2}{1+x} = \frac{1-x^2+x^2}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\text{لذا } \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ يعني } \frac{1}{2} \leq 1+x \leq \frac{3}{2} \text{ و } \frac{1}{3} \leq \frac{1}{1+x} \leq \frac{2}{3} \text{ إذن } \frac{2}{3} \leq B \leq 2$$

$$\text{تبرين ص 23: (1) (أ) } x \in [-2, 3] \quad (ب) \quad x \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right] \quad (ج) \quad x \in]-\infty, 2]$$

$$(د) \quad x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \quad y \in [-\sqrt{2}, +\infty[\quad (هـ) \quad x \in]-\infty, -\sqrt{2}] \quad ب[\sqrt{2}, +\infty[$$

$$\text{تبرين ص 24: (1) } x \in [-6, -4] \text{ و } x \in [1, 3] \text{ يعني } -6 \leq x \leq -4 \text{ و } 1 \leq x \leq 3 \text{ لذا } (-6)^2 \leq x^2 \leq (-4)^2$$

$$\text{لأن } x \leq 0 \text{ و } x^2 \leq 3^2 \text{ و } y^2 \leq 9 \text{ (لأن } y > 0 \text{) إذن } 16 \leq x^2 \leq 36 \text{ و } 9 \leq y^2 \leq 16 \text{ وبالتالي } 16x \leq x^2 y^2 \leq 36 \times 9$$

$$16 \leq (xy)^2 \leq 324$$

$$(2) \text{ لبا } -6 \leq x \leq -4 \text{ و } -6 \leq y \leq -4 \text{ يعني } 4 \leq x+y \leq 9 \text{ و } -5 \leq x+y \leq -1 \text{ يعني } -5 \leq x+y \leq -1$$

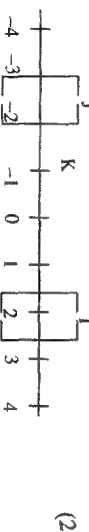
$$\text{وبما أن } x+y \neq 0 \text{ فإن } 0 \notin [-5, -1]$$

$$(ب) \quad \frac{-2x-y}{x+y} = \frac{-2(x+y)}{x+y} + \frac{y}{x+y} = \frac{-2(x+y)+y}{x+y} = \frac{-2x-2y+y}{x+y} = \frac{-2x-y}{x+y}$$

$$(ج) \text{ لبا } 1 \leq x \leq 3 \text{ و } 1 \leq y \leq 1 \text{ و } -5 \leq x+y \leq -1 \text{ و } -1 \leq \frac{1}{x+y} \leq -\frac{1}{5} \text{ و } -1 \leq \frac{1}{x+y} \leq -\frac{1}{5} \text{ يعني } 1 \times (-1) \leq \frac{y}{x+y} \leq 3 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$\text{بني } -2 \leq \frac{-2x-y}{x+y} \leq -\frac{13}{5} \text{ و } -3 \leq -2 + \frac{y}{x+y} \leq -\frac{13}{5} \text{ وبالتالي } -3 \leq \frac{-2x-y}{x+y} \leq -\frac{13}{5}$$

$$\text{تبرين ص 25: (1) } \sqrt{2} \in I \quad ; \quad -2 \in J \quad ; \quad -\sqrt{2} \in K \quad ; \quad c1 : \left\{1; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right\} \quad cK : \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$$



$$I \cup J = [-2, +\infty[= J \quad ; \quad I \cup K = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right] = K \quad ; \quad I \cap K = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] = I \quad ; \quad K \cap J = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right] = K$$

$$\text{تبرين ص 26: (1) } x \in [5, 3\sqrt{7}] \text{ يعني } 5 \leq x \leq 3\sqrt{7} \text{ و } 0 \leq 3x - 15 \leq 9\sqrt{7} - 15$$

7- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

في مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{فإن: } 1 = 3x + 1 = 3 \quad ; \quad 3x + 1 = 13 \quad ; \quad 3x + 1 = 93 \quad ; \quad 3x + 1 = 93$$

$$* \text{ في حالة } 1 = 3x + 1 \text{ : ولما غير ممكن لأن } 0 \notin \mathbb{N} \quad * \text{ في حالة } 3 = 3x + 1 \text{ : ولما غير ممكن لأن } 2 \notin \mathbb{N}$$

$$* \text{ في حالة } 13 = 3x + 1 \text{ : ولما غير ممكن لأن } 10 \notin \mathbb{N} \quad ; \quad x = 4$$

$$* \text{ في حالة } 93 = 3x + 1 \text{ : ولما غير ممكن لأن } 92 \notin \mathbb{N} \quad ; \quad x = 30$$

$$\text{تبرين ص 19: (1) لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ : } * \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$* \text{ لبا } 2 \leq x \leq 7 \text{ و } 2 \leq y \leq 7 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ و } 12 \leq x+y \leq 14 \text{ يعني } 12 \leq x+y \leq 14$$

$$S_R = \left[-\frac{1}{4}; +\infty \right[\text{ إذن } x > -\frac{1}{4} \text{ يعني } -\frac{5}{4} > 5x \text{ يعني } \frac{5}{4} > 0 \text{ يعني } x^2 + 3x + \frac{9}{4} - x^2 - 2x - 1 > 0$$

$$* \text{ } x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 - x^2 + 1 \geq x \text{ يعني } (x^2 - 2\sqrt{2}x + 2) - (x^2 - 1) \geq x \text{ يعني } (x - 1)(x + 1) \geq x$$

$$* \text{ } x \leq \frac{3}{2\sqrt{2} + 1} \text{ يعني } x(2\sqrt{2} + 1) \leq 3 \text{ يعني } 2\sqrt{2}x + x \leq 3 \text{ يعني } 2\sqrt{2}x - x \geq -3 \text{ يعني } -2\sqrt{2}x + 3 \geq x$$

$$S_R = \left[-\infty; \frac{3}{2\sqrt{2} + 1} \right]$$

$$\text{تبرين ص 11: (1) } A = (3 \times 0 + 1)^2 = 1^2 = 1 \text{ ؛ } x = 0 \text{ يعني حالة } x = -\frac{1}{3}$$

$$A = \left(3 \times \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right)^2 = (-1 + 1)^2 = 0^2 = 0$$

$$\text{ب) لدينا } 0 \leq x \leq 1 \text{ يعني } 0 \leq 3x \leq 3 \text{ يعني } 1 \leq 3x + 1 \leq 4 \text{ لذا } 1^2 \leq (3x + 1)^2 \leq 4^2 \text{ يعني } 1 \leq A \leq 16$$

$$\text{ج) } 1 = (3x + 1)^2 \text{ يعني } (3x + 1)^2 - 1 = 0 \text{ يعني } (3x + 1 - 1)(3x + 1 + 1) = 0 \text{ يعني } 3x(3x + 2) = 0 \text{ يعني } x = 0 \text{ أو } x = -\frac{2}{3}$$

$$S_R = \left\{ -\frac{2}{3}; 0 \right\} \text{ إذن } x = -\frac{2}{3} \text{ أو } x = 0$$

$$\text{(2) } B = 9x^2 - 1 = (3x)^2 - 1 = (3x - 1)(3x + 1)$$

$$\text{ب) } A - B = (3x + 1)^2 - (3x + 1)(3x - 1) = (3x + 1)[(3x + 1) - (3x - 1)] = (3x + 1)(3x + 1 - 3x + 1) = 2(3x + 1)$$

$$\text{ج) } A - B > 0 \text{ يعني } 2(3x + 1) > 0 \text{ يعني } 3x + 1 > 0 \text{ يعني } 3x > -1 \text{ يعني } x > -\frac{1}{3} \text{ إذن } S_R = \left[-\frac{1}{3}; +\infty \right[$$

$$\text{تبرين ص 3: (1) } * \text{ مساحة المثلث AMN} = \frac{x^2}{2} \text{ ، } * \text{ مساحة المثلث BMC تساوي } \frac{10 \times (10 - x)}{2}$$

$$* \text{ مساحة المثلث DCN تساوي } \frac{10 \times (10 - x)}{2} \text{ ، } * \text{ مساحة المربع ABCD تساوي } 100 \text{ cm}^2$$

$$* \text{ مساحة المثلث MNC تساوي الفرق بين مساحة المربع ABCD ومجموع مساحات المثلثات BMC ؛ ANM و DCN}$$

$$\text{أي } S(x) = 100 - \left[\frac{x^2}{2} + \frac{10(10 - x)}{2} + \frac{10(10 - x)}{2} \right] = 100 - \left[\frac{x^2}{2} + \frac{20(10 - x)}{2} \right] = 100 - \left(\frac{x^2 + 200 - 20x}{2} \right)$$

$$= 100 - \frac{x^2}{2} - \frac{200}{2} + \frac{20x}{2} = 100 - 100 - \frac{x^2}{2} + \frac{20x}{2} = -\frac{x^2}{2} + \frac{20x}{2}$$

$$\text{إذن } S(x) = \frac{20x - x^2}{2}$$

$$\text{(2) } -x^2 + 20x - 100 = -(x^2 - 20x + 100) = -(x - 10)^2 \leq 0$$

$$\text{ب) لدينا } -100 \leq 0 \text{ يعني } -x^2 + 20x \leq 100 \text{ يعني } -x^2 + 20x \leq 50 \text{ يعني } \frac{-x^2 + 20x}{2} \leq \frac{100}{2}$$

$$\text{لذا فإن مساحة المثلث MNC أصغر من نصف مساحة المربع ABCD.}$$

$$\text{(2) لدينا } x - 3\sqrt{x} \leq 0 \text{ و } 3x - 15 \geq 0 \text{ لذا } 3x - 15 \geq x - 3\sqrt{x} \text{ يعني } 3\sqrt{x} - x \geq 3x - 15 \text{ و } |3x - 15| \geq |x - 3\sqrt{x}| + 3\sqrt{x}$$

$$A = |3x - 15| - |x - 3\sqrt{x}| + 3\sqrt{x} = (3x - 15) - (x - 3\sqrt{x}) + 3\sqrt{x} = 3x - 15 - x + 3\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} = 4x - 15$$

$$\text{تبرين ص 27: (1) لدينا } [2; -5] \text{ يعني } a \in [2; -5] \text{ و } b \in [3; 1] \text{ يعني } b \leq -2 \text{ و } -5 \leq a \leq -2 \text{ و } 3 \leq b \leq 1 \text{ لذا:}$$

$$* \text{ } -1 \leq -b \leq -1 \text{ يعني } -3 \leq -b \leq -1 \text{ ؛ } * \text{ } -2 \leq 1 - b \leq 0 \text{ ؛ } * \text{ } 1 \leq 2x(-5) - 1 \leq 2x(-2) - 1 \text{ يعني } 2x(-5) - 1 \leq -5 \text{ و } 2x(-5) - 1 \leq -11$$

$$* \text{ } -13 \leq 2a - b \leq -5 \text{ يعني } 2x(-5) - 3 \leq 2a - b \leq 2x(-2) - 1 \text{ ؛ } * \text{ } -11 \leq 2a - 1 \leq -5 \text{ و } -11 \leq 2a - b \leq -5 \text{ و } -13 \leq 2a - b \leq -5 \text{ و } 2a - b \leq 0$$

$$\text{لدينا } -1 \leq -b \leq -1 \text{ و } -11 \leq 2a - b \leq -5 \text{ و } -13 \leq 2a - b \leq -5 \text{ و } 2a - b \leq 0 \text{ و } 1 - b \leq 0 \text{ و } 2a - b \leq 0 \text{ و } 2a - b \leq 0$$

$$\text{إذن } |a - b| = 1 - 2a \text{ و } |2a - b| = 1 - 2a \text{ و } |b| = (1 - 2a) - (b - 2a) + (b - 1) = 1 - 2a - b + 2a + b - 1 = 0$$

$$= \sqrt{(2a - 1)^2} - \sqrt{(2a - b)^2} + \sqrt{(1 - b)^2} = |2a - 1| - |2a - b| + |1 - b| = (1 - 2a) - (b - 2a) + (b - 1) = 1 - 2a - b + 2a + b - 1 = 0$$

$$\text{تبرين ص 29: (2) } * \text{ } x + \sqrt{2} \leq 0 \text{ يعني } x \leq -\sqrt{2} \text{ و } x \leq -\sqrt{2} \text{ يعني } S_R =]-\infty; -\sqrt{2}]$$

$$* \text{ } \pi x > 1 \text{ يعني } x > \frac{1}{\pi} \text{ إذن } S_R = \left[\frac{1}{\pi}; +\infty \right[$$

$$* \text{ } -\frac{5}{2}x \geq 0 \text{ يعني } x \leq 0 \text{ و } x \leq 0 \text{ يعني } S_R =]-\infty; 0]$$

$$* \text{ } -\sqrt{3} < -x\sqrt{5} \text{ يعني } x\sqrt{5} > \sqrt{3} \text{ يعني } x > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \text{ إذن } S_R = \left[\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}; +\infty \right[$$

$$* \text{ } -\frac{5}{2}x + 1 \leq -2 \text{ يعني } -\frac{5}{2}x \leq -3 \text{ يعني } \frac{5}{2}x \geq 3 \text{ يعني } x \geq \frac{6}{5} \text{ إذن } S_R = \left[\frac{6}{5}; +\infty \right[$$

$$* \text{ } \frac{1}{2} > x + 1 \text{ يعني } 3x - x > 1 + \frac{1}{2} \text{ يعني } 2x \geq \frac{3}{2} \text{ يعني } x \geq \frac{3}{4} \text{ إذن } S_R = \left[\frac{3}{4}; +\infty \right[$$

$$* \text{ } \frac{x+1}{2} \geq \frac{x+1}{6} \text{ يعني } \frac{3x-2}{6} \geq \frac{x+1}{6} \text{ يعني } \frac{2x+1}{6} \geq \frac{x+1}{6} \text{ يعني } \frac{2x+1}{6} \geq \frac{x+1}{6} \text{ يعني } \frac{2x+1}{6} \geq \frac{x+1}{6}$$

$$S_R = \left[\frac{5}{12}; +\infty \right[\text{ إذن } x \geq \frac{5}{12} \text{ يعني } 12x \geq 5 \text{ يعني } 12x - 5 \geq 0 \text{ يعني } \frac{12x-5}{6} \geq 0 \text{ يعني } \frac{4x+2+9x-6-x-1}{6} \geq 0$$

$$* \text{ } \left(\frac{1}{8}x - 1 \right) \geq 2 \text{ يعني } \frac{1}{4}x - 1 \geq \frac{1}{4}x - 2 \text{ يعني } \frac{1}{4}x - 1 \geq \frac{1}{4}x - 2 \text{ يعني } S_R = \mathbb{R}$$

$$* \text{ } (x - 3) \leq 2 \text{ يعني } \frac{1}{3}(6x - 1) \leq 2 \text{ يعني } 2x - \frac{1}{3} \leq 2 \text{ يعني } 2x \leq \frac{7}{3} \text{ يعني } x \leq \frac{7}{6} \text{ و } -\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3} \text{ لا يمكن إذن } S_R = \emptyset$$

$$\text{تبرين ص 30: (2) } * \text{ } x^2 \geq x^2 + 4 \leq 2 \text{ يعني } x^2 - 4x + 4 \leq 2 \text{ يعني } x^2 - 4x + 4 \leq 2 \text{ يعني } x^2 - 4x + 4 \leq 2 \text{ يعني } x^2 - 4x + 4 \leq 2$$

$$S_R = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[\text{ إذن } x \geq \frac{1}{2} \text{ يعني } 4x \geq 2$$

$$* \text{ } \left(x^2 + 3x + \frac{9}{4} \right) - (x^2 - 2x + 1) > 0 \text{ يعني } \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - (x - 1)^2 > 0 \text{ يعني } \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 > (x - 1)^2$$

تمرين عدد 01:

(1) 6 ، 6 ، 8 ، 8 ، 9 ، 10 ، 10 ، 12 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 19.

18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
19	15	15	14	14	13	12	12	12	10	10	10	9	8	8	8	6	6

بما أن التكرار الجملي $N=18$ فإن الوسط Me هو المحل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}=9$

$$Me = \frac{10+12}{2} = 11 \quad \text{إذن } \frac{N}{2} + 1 = 10 \text{ و}$$

$$\text{محل القسم هو: } 11.16 = \frac{6 \times 2 + 8 \times 3 + 9 + 10 \times 3 + 12 \times 3 + 13 + 14 \times 2 + 15 \times 2 + 19}{18}$$

(3)

تمرين عدد 02:

(1) 5 ، 6 ، 6 ، 7 ، 8 ، 10 ، 11 ، 12 ، 12 ، 12 ، 14 ، 15 ، 15 ، 16 ، 17

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
05	06	06	07	08	10	11	12	12	12	14	15	15	16	17

بما أن التكرار الجملي $N=15$ (عدد فردي) فإن الوسط Me هو القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$

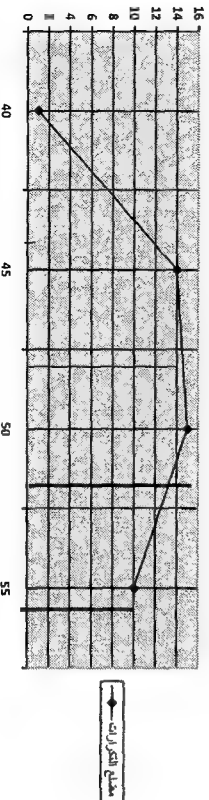
إذن $Me=12$.

$$\text{محل القسم هو: } 11.06 = \frac{17+16+15 \times 2 + 14+12 \times 3 + 11+10+8+7+6 \times 2 + 5}{15}$$

(3) الميزة المدروسة: محل الرياضيات.

تمرين عدد 03:

(1) عدد المواليد: 40 ، (ب) مجموعة الإحصاء: 40 مولود ، الميزة المدروسة " الطول " وهي كمية منقطعة.



(3) (1)

في مجموعة الأعداد الحقيقية

$$(3) \quad \begin{aligned} (x-2)(x-18) &= x^2 - 18x - 2x + 36 = x^2 - 20x + 36 \\ (x^2 - 20x + 36) &> 0 \text{ يعني } 20x - x^2 - 36 > 0 \text{ يعني } 20x - x^2 > 36 \end{aligned}$$

$$(ب) \quad \begin{aligned} S(x) > 18 \text{ يعني } \frac{20x - x^2}{2} > 18 \text{ يعني } 20x - x^2 > 36 \\ (x^2 - 20x + 36) < 0 \text{ يعني } x^2 - 20x + 36 < 0 \text{ يعني } (x-2)(x-18) < 0 \end{aligned}$$

$$\text{لدينا } 0 < x < 18 \text{ يعني } 0 < x < 18 \text{ ولذا } x - 18 < 0 \text{ ولذا } x - 18 < 0 \text{ ولذا } x - 18 < 0$$

$$\text{لدينا } 2 \leq x < 10 \text{ يعني } x - 2 \geq 0 \text{ ولذا } x - 2 \geq 0 \text{ ولذا } x - 2 \geq 0$$

$$\text{لدينا } x - 18 < 0 \text{ ولذا } (x-2)(x-18) < 0$$

مساحة المثلث AEF : $\frac{x(4-x)}{2}$: مساحة المثلث $EDCH$: $\frac{6(x+(4-x))}{2} = 12 \text{ cm}^2$

$$A(x) = 6 \times 4 - \left(\frac{6x - x^2}{2} + \frac{4x - x^2}{2} + 12 \right) = 24 - \left(\frac{-2x^2 + 10x}{2} + 12 \right) = 24 - \left(\frac{-2x^2 + 10x + 24}{2} \right)$$

$$= \frac{48 - (-2x^2 + 10x + 24)}{2} = \frac{48 + 2x^2 - 10x - 24}{2} = \frac{24 + 2x^2 - 10x}{2} = 12 + x^2 - 5x = x^2 - 5x + 12$$

$$(ب) \quad \begin{aligned} x^2 - 5x + 4 &= x^2 - 4x - x + 4 = (x-1)(x-4) \\ (x-1)(x-4) &\leq 0 \text{ يعني } x-1 \leq 0 \text{ و } x-4 \geq 0 \text{ يعني } x \leq 1 \text{ و } x \geq 4 \end{aligned}$$

$$(ج) \quad \begin{aligned} A(x) &\leq 8 \text{ يعني } x^2 - 5x + 12 \leq 8 \text{ يعني } x^2 - 5x + 4 \leq 0 \text{ يعني } (x-1)(x-4) \leq 0 \\ (x-1)(x-4) &\leq 0 \text{ يعني } x-1 \geq 0 \text{ و } x-4 < 0 \text{ يعني } x \geq 1 \text{ و } x < 4 \end{aligned}$$

لدينا $x \geq 1$ و $x < 4$ يعني $1 \leq x < 4$ يعني $x \in [1, 4[$.

نطبق نظرية بياغور على كل من المثلثين MBC و AMN (نقدم في A) فنحصل على:

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 \quad ; \quad MC^2 = MB^2 + BC^2$$

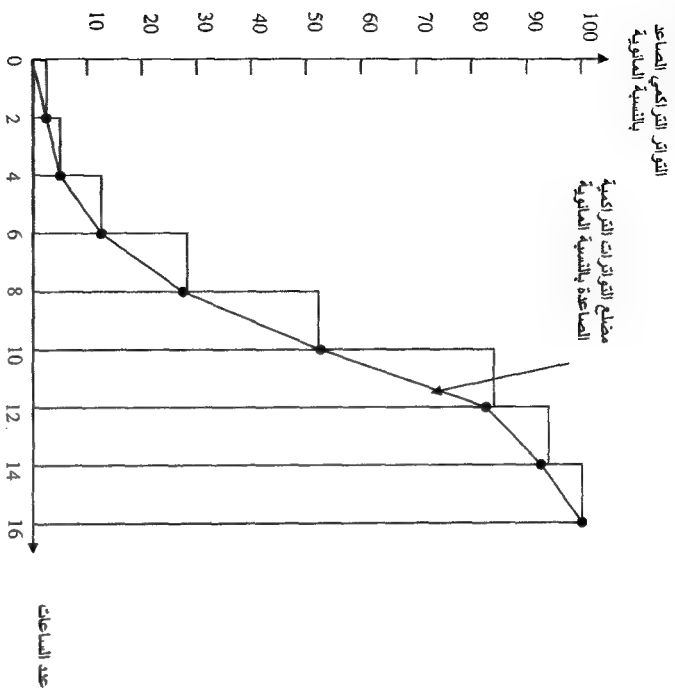
$$MN^2 \geq MC^2 \text{ يعني } MN^2 \geq MB^2 + BC^2 \text{ يعني } MN^2 \geq 2x^2 - (2-x)^2 \geq 4$$

$$(2) \quad \begin{aligned} x^2 - 5x + 12 &\geq 8 \text{ يعني } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \text{ يعني } (x-1)(x-4) \geq 0 \\ (x-1)(x-4) &\geq 0 \text{ يعني } x-1 \leq 0 \text{ و } x-4 \geq 0 \text{ يعني } x \leq 1 \text{ و } x \geq 4 \end{aligned}$$

$$x \leq 1 \text{ و } x \geq 4 \text{ يعني } x \in]-\infty, 1] \cup [4, +\infty[$$

Collection Pilote

8-الإحصاء والاحتمالات



(ب) من خلال مضلع التواترات التراكمية المتوسط هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 50% في المخطط أي 9.5.

.12% (c)

تہذیب و تمدن: 08

العدد من 20						
عدد التلاميذ						
النسبة المئوية المقررة						
النسبة المئوية المقررة						
18	15	12	10	9	7	
1	5	8	6	3	2	
4%	20%	32%	24%	12%	8%	
100%	96%	76%	44%	20%	8%	

$$M = \frac{(2 \times 7) + (3 \times 9) + (6 \times 10) + (8 \times 12) + (5 \times 15) + (1 \times 18)}{25} = \frac{290}{25} = 11.6$$

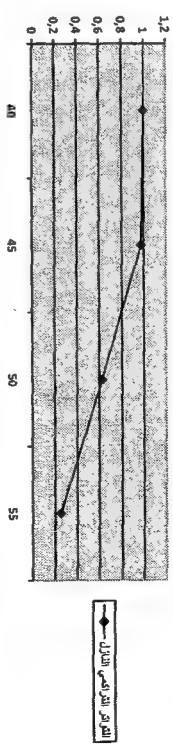
(2) معدل القسم في هذا الفرض: 11.6

(2) معدل التقييم في هذا الفرع = $11.0 = \frac{25}{25}$

18-7=11 الإحصائية 3

4) منوال هذه السلسلة الإحصائية هو 12.

(5) مخطط ومضلع التواترات:



(ج) متوسط السلسلة Me هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 0.5 إن $Me=52$.

(د) عدد المواليد الذين لهم طول يفوق 25 cm هو 25 إذن النسبة المئوية هي $\frac{25}{40} \times 100 = 62.5\%$

$$\frac{40 \times 1 + 45 \times 14 + 50 \times 15 + 55 \times 10}{49.25} = 49.25 : \text{المعدل (4}$$

40

تبرین عید ۰۴: (۱) (۲ ، a)

تہذیب و تمدن: 05 (1) صواب ،

تبریکات (1) (2 ، 3)

تہذیب و تمدن: 07

(مجموعة الإحصاء: 200 شخص، الميزة:

(2) متوال السلسلة الإحصائية هو [10;12]

Abstract

© 2000 The McGraw-Hill Companies

[10;12]	[12;14]	[14;16]
---------	---------	---------

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

[4;6]	[2;4]	[0;2]	عدد الساعات
-------	-------	-------	-------------

14	8	2	الاشياء
----	---	---	---------

النوع	النسبة المئوية	النسبة المئوية	النسبة المئوية
7%	4%	1%	

بالنسبة المائوية	1%	5%	12%
تتوزع على المصنف			

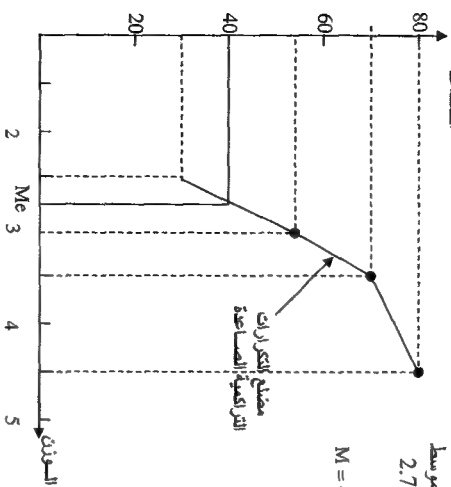
						(15)
--	--	--	--	--	--	------

1000

تعيين عدد 09:

الوزن Kg	2,5	3	3,5	4,5
التردد	30	55	73	80
المساعد				

(3) انظر الرسم .

التردد التراكمي
المساعد

(4) من خلال مخطط التكرارات التراكمية المساعدة المتوسط هو فاصلة النقطة التي تربتها 40 في المخطط أي: 2.7
(5) المعدل: $M = \frac{2.5 \times 30 + 3 \times 55 + 3.5 \times 73 + 4.5 \times 80}{238} = 3.05625$

تعيين عدد 10: (1) خطأ ، حساب لأن 50% من التلاميذ لهم معدل يفوق أو يساوي 11 و $11 > 10$ ؛

(3) صواب

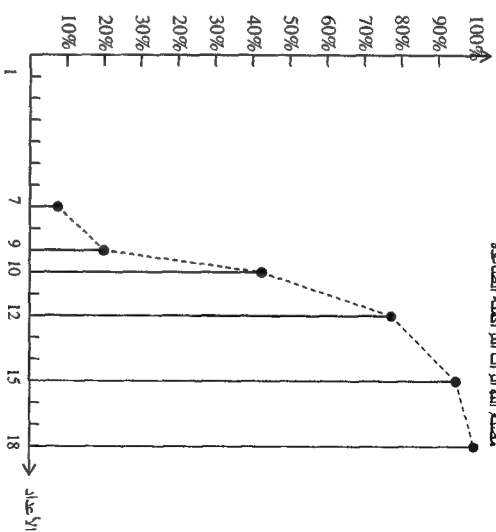
تعيين عدد 11: (1) عدد المواد : 40 ، $1 + 10 + 14 + 15 = 40$ ،

(2) معدل طول المواليد: $51.125cm = \frac{40 \times 1 + 45 \times 14 + 50 \times 15 + 55 \times 10}{40} = 51.125cm$ ، $\frac{15 + 10}{40} \times 100 = 87.5\%$ (3)

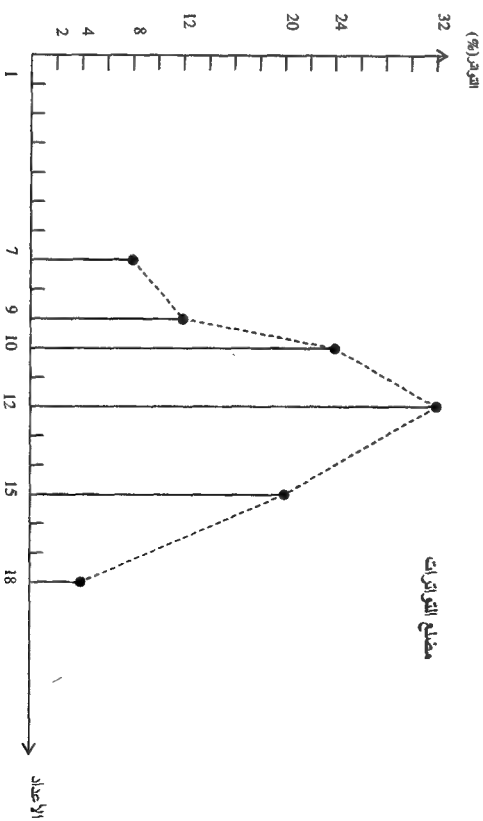
الطول	40	45	50	55
عدد المواليد	1	14	15	10
التكرار المساعد	1	$14 + 1 = 15$	$15 + 15 = 30$	$30 + 10 = 40$
التكرار التراكمي	40	$40 - 1 = 39$	$39 - 14 = 25$	$25 - 15 = 10$

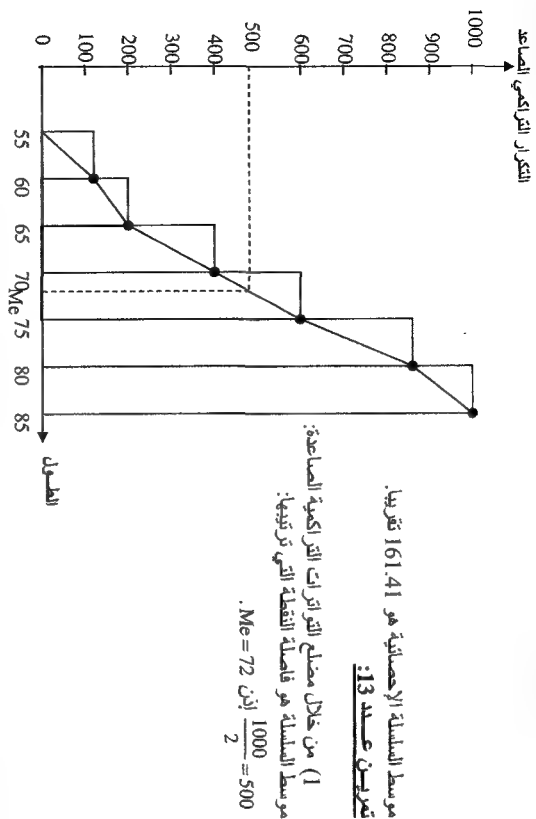
التردد التراكمي المساعد

مقطع التكرارات التراكمية المساعدة



مقطع التكرارات





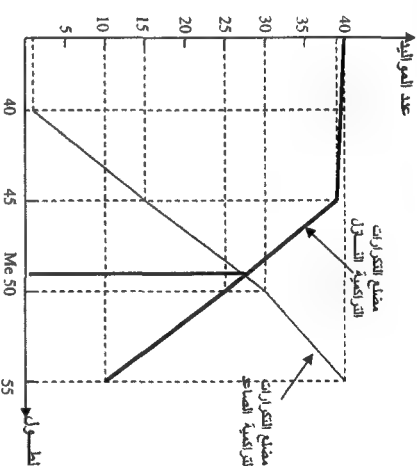
القطر mm	[80;85[[75;80[[70;75[[65;70[[60;65[[55;60[
التكرارات	150	250	200	200	80	120	
التكرار التكراري المصاحف	1000	850	600	400	200	120	

(4) مدى هذه المسئلة هو $85 - 55 = 30$ ، ومنزها $[75;80[$.
 (5) محفل المسئلة هو : $71.625 = 57.5 \times 120 + 62.5 \times 80 + 67.5 \times 200 + 72.5 \times 200 + 77.5 \times 250 + 82.5 \times 150$

(6) $40\% = \frac{150 + 250}{1000} \times 100$ أو $40\% = \frac{1000 - 600}{1000} \times 100$
 (ب) $48\% = \frac{80 + 200 + 200}{1000} \times 100$

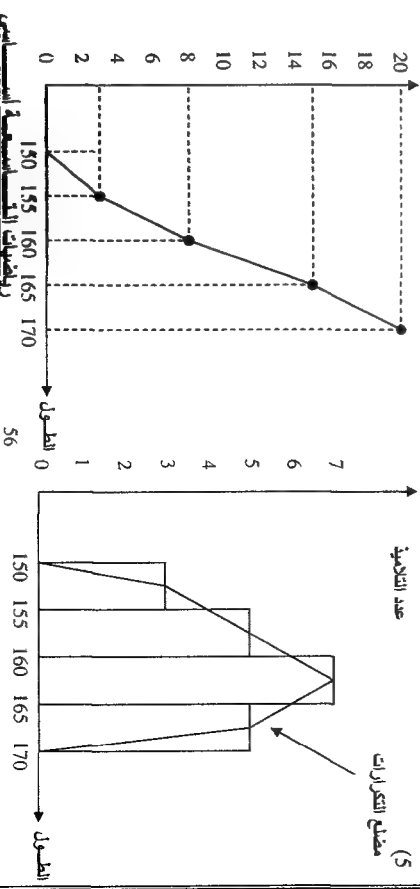
تبرير عدد 14:
 نظم أن التكرارات متناظرة مع مساحات المستطيلات: مساحة المستطيل الأول: 2 مربعات، مساحة المستطيل الثاني: 3 مربعات، مساحة المستطيل الثالث: 4 مربعات، مساحة المستطيل الرابع: 8 مربعات، مساحة المستطيل الخامس: 4 مربعات، إن الفئة [6;6[لها أكبر تكرار.

(2) الفئة التي لها أقل تكرار هي [1;2[.



الطول	[160;165[[155;160[[150;155[
عدد التكرارات	5	3	3	
التكرار التكراري المصاحف	15 + 5 = 20	8 + 7 = 15	3 + 5 = 8	

(3) 12 ، 4 ، مدى المسئلة الإحصائية هو $170 - 150 = 20$ cm ، منزال المسئلة الإحصائية هو : $[160;165[$ ، التكرار التكراري المصاحف



تبرين عدد 16:

6	5	4	3	2	1	
(6,1)	(5,1)	(4,1)	(3,1)	(2,1)	(1,1)	1
(6,2)	(5,2)	(4,2)	(3,2)	(2,2)	(1,2)	2
(6,3)	(5,3)	(4,3)	(3,3)	(2,3)	(1,3)	3
(6,4)	(5,4)	(4,4)	(3,4)	(2,4)	(1,4)	4
(6,5)	(5,5)	(4,5)	(3,5)	(2,5)	(1,5)	5
(6,6)	(5,6)	(4,6)	(3,6)	(2,6)	(1,6)	6

ب) عدد الإمكانات الممكنة: 36

(2) (1,1) ، (2,2) ، (3,3) ، (4,4) ، (5,5) ، (6,6).

إن احتمال الحصول على نفس العدد خلال الترمينين $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

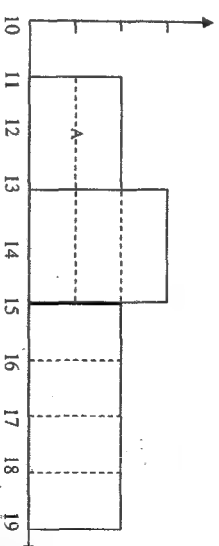
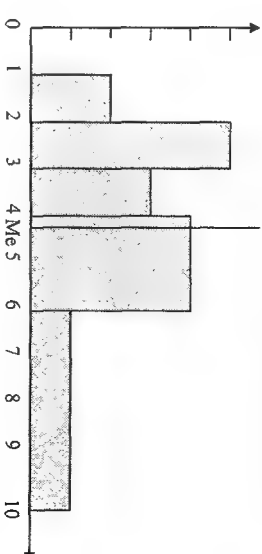
6	5	4	3	2	1	الرمية 1 الرمية 2
(6,1)	(5,1)	(4,1)	(3,1)	(2,1)	(1,1)	1
(6,2)	(5,2)	(4,2)	(3,2)	(2,2)	(1,2)	2
(6,3)	(5,3)	(4,3)	(3,3)	(2,3)	(1,3)	3
(6,4)	(5,4)	(4,4)	(3,4)	(2,4)	(1,4)	4
(6,5)	(5,5)	(4,5)	(3,5)	(2,5)	(1,5)	5
(6,6)	(5,6)	(4,6)	(3,6)	(2,6)	(1,6)	6

احتمال أن يكون العدد في الرمية الثانية أكبر من العدد في الرمية الأولى $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

6	5	4	3	2	1	الرمية 1 الرمية 2
7	6	5	4	3	2	1
8	7	6	5	4	3	2
9	8	7	6	5	4	3
10	9	8	7	6	5	4
11	10	9	8	7	6	5
12	11	10	9	8	7	6

3) المساحة الجبلية المستطيلات هي 22 مربع إن المستقيم الممر من النقطة A (Me; 0) والمودي على (OA)

يقسم مخطط المستطيلات إلى جزئين لهما نفس المساحة: 11 مربع إن Me = 4,125



تبرين عدد 15:

المجال	[15;19[[13;15[[11;13[
التردد	x_3	x_2	x_1

مساحة المستطيل الأول 2A، مساحة المستطيل الثاني 3A ومساحة المستطيل الثالث 4A. بما أن التكرارات متساوية

مع مساحة المستطيلات فإن الأعداد 2، 3 و 4 متساوية مع x_1 ، x_2 و x_3

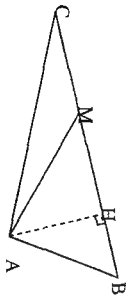
$$x_3 = \frac{3}{4}x_3 : x_1 = \frac{1}{2}x_3 \text{ يعني } \frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$x_3 = 72 \times \frac{4}{9} = 32 \text{ يعني } \frac{1}{2}x_3 + \frac{3}{4}x_3 + x_3 = 72 \text{ فإن } x_1 + x_2 + x_3 = 72$$

$$\text{وبالتالي } x_1 = \frac{3}{4} \times 32 = 24 \text{ و } x_2 = \frac{1}{2} \times 32 = 16$$

المجال	[15;19[[13;15[[11;13[
التردد	36	24	16

10- مير هبة طالس وتطبيقها



تعرين عد 01-محد: نعتبر S_1 مساحة المثلث ABC و S_2 مساحة المثلث

المثلث AMC و S_3 مساحة المثلث ABM

مساحة المثلث ABC ومساحة المثلث AMC ومساحة المثلث ABM $S_1 = \frac{AH \times BC}{2} = 9 \text{ cm}^2$

المثلث ABC متساويان مع MC و BC أي $BC = \frac{2}{3} MC$ لذا $S_1 = \frac{2}{3} S_2$

الفرق بين S_1 و S_2 لنا $S_1 - S_2 = 9 - 3 = 6 \text{ cm}^2$ فإن $S_1 = 9 \text{ cm}^2$ و $S_2 = 3 \text{ cm}^2$ هي

تعرين عد 02-محد: $S_1 = \frac{1}{3} S_2$ و $S_2 = \frac{1}{3} S_1$ و $S_3 = \frac{1}{3} S_1$ و $S_4 = \frac{1}{3} S_2$

تعرين عد 03-محد: (1) $\frac{BM}{BC} \times S$ (2) $BC = 2x$ (3) $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$ (4) $x = 2a - b$

تعرين عد 04-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 05-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 06-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 07-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 08-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 09-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 10-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 11-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 12-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 13-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 14-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 15-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 16-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 17-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 18-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 19-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

تعرين عد 20-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

Collection Pilot

والتعريف في المستوى

تعرين عد 1-محد: (1) أذكر الرسم

(2) مجموعة النقاط $M(x, y)$ بحيث $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{9}{2}$ هي متوازي الأضلاع $ABCD$ (انظر الرسم)

(3) M مسقط على (OI) وقتاً لمنحني (OI) لنا فاصلته P هي

نفس فاصلته M وتسوي $\frac{5}{2}$

N مسقط P على (OI) وقتاً لمنحني (OI) لنا ترتيبية P هي نفس ترتيبية N

وتساوي $\frac{3}{2}$ إذن $P \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right)$ (تلاحظ P و D لهما نفس الإحداثيات)

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

تعرين عد 2-محد: (1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على: $\frac{AM}{MN} = \frac{x}{AC}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$

(2) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

وتساوي $\frac{3}{2}$ إذن $P \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right)$ (تلاحظ P و D لهما نفس الإحداثيات)

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

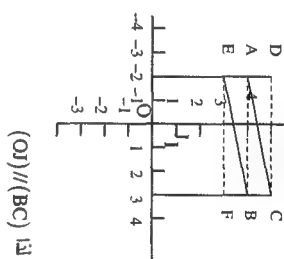
(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(3) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.

(ب) M و N لهما نفس الفاصلته لنا $(ON) \parallel (MP)$ و $(ON) \parallel (MP)$ و N لهما نفس الترتيب لنا $(OM) \parallel (PN)$ إذن الرباعي $OMPN$ متوازي أضلاع.



(ON) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

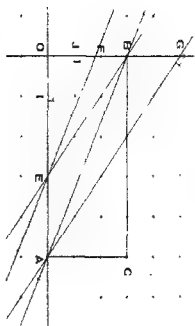
(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

(OI) // (BC)

10- محور هنة طاليس ونظيراتها



و تقريبية C هي نفس تقريبية B إذن (5;3).
 (3) في المثلث OAB لدينا: $E \in (OA), F \in (OB), EF \parallel (AB)$.

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على: $\frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB} = \frac{EF}{AB}$

(ب) لدينا $F \in (OB)$ و $E \in (OA)$ و $EF \parallel (AB)$ و $EF = \frac{2}{5} OB$ و $OF = \frac{2}{5} OB$

فإن $F(0; \frac{2}{5})$

(4) في المثلث OAC لدينا: $E \in (OA), B \in (OC), EB \parallel (AC)$ بتطبيق نظرية طاليس نحصل

على: $\frac{OE}{OA} = \frac{OB}{OC}$

(ب) بما أن $\frac{OE}{OA} = \frac{OB}{OC} = 5$ فإن $OG = OA \times OB = 5$ و $OG \parallel (AB)$ و $G \in (OC)$ فإن $G(0;5)$

تعيين عددي: (1) في المثلث ABC لدينا $AB \parallel (AC)$ و $BC \parallel (AB)$ و $U = \frac{1}{2} BC$

(ب) $U = \frac{1}{2} BC = \frac{3}{2}$

(2) في المثلث M المسقط العمودي لـ I على (BC) لذا (BC) \perp (IM)
 N المسقط العمودي لـ I على (BC) لذا (BC) \perp (IN)

بما أن (BC) \perp (IM) و (BC) \perp (IN) فإن (IM) \parallel (IN) ونظم أن

$IMN \parallel (BC)$ و $INM = 90^\circ$ إذن IMN مثلث قائم الزاوية في I و $IM = \frac{3}{2}$ و $IN = \frac{3}{2}$

لدينا: التقاطع I و D على استقامة واحدة والتقاط M، N، P المستقيم العمودية لـ I، D على المستقيم

(BC) على الترتيب إذن حسب نظرية طاليس $\frac{MN}{ID} = \frac{NP}{ID}$ و $\frac{MN}{ID} = 1.5$ فإن $\frac{NP}{ID} = 1.5$

الرسم (1) أنظر الرسم

(2) في المثلث EFH لدينا $I \in (HF), M \in (EH)$ و $MI \parallel (FH)$

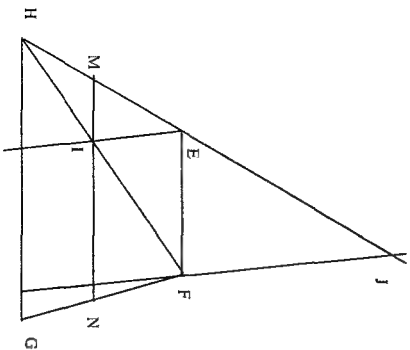
بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $\frac{HM}{HE} = \frac{MI}{EF}$

بما أن $MI = \frac{6}{5}$ و $HE = \frac{2 \times 3}{5}$ فإن $\frac{HM}{HE} = \frac{6}{5}$

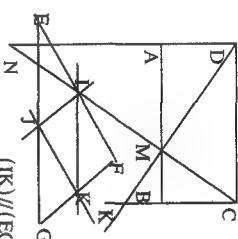
(ب) H و I مسقطان H و M على (HF) و I على (HF) و I على (HF)

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $\frac{FI}{FH} = \frac{EM}{EH} = \frac{3}{5}$

(ج) في المثلث FGH لدينا $I \in (FH), N \in (FG)$ و $IN \parallel (HG)$



10- محور هنة طاليس ونظيراتها



بتطبيق نظرية طاليس نحصل على: $\frac{BM}{AM} = \frac{BK}{AD}$ و $BK = \frac{1.5 \times 3}{7} = \frac{9}{7}$

تعيين عددي: (1) في المثلث EFG لدينا: $E \in (FG), F \in (EG)$ و $EF \parallel (FG)$

(2) في المثلث EFG لدينا: $E \in (FG), F \in (EG)$ و $EF \parallel (FG)$

بما أن $U = \frac{1}{2} FG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$

(2) بما أن $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$

(2) بما أن $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$

(2) بما أن $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$ و $U = \frac{1}{2} EG$



بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

بتطبيق نظرية طاليس نحصل على $EFMN$ متوازي الأضلاع

(د) $18 + 20 = 38$ $13 = 4 + 9 = AB^2 + BC^2$ لذا $AC^2 = 4^2 + 9^2 = 38$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ إذن المثلث ABC مثلث قائم الزاوية في B

(هـ) $13 = 4 + 9 = AB^2 + BC^2$ و $AC^2 = 4^2 = 16$ لذا $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

تمرين عدد:

(1) \square $AH = \frac{12}{5}$ ، \square (2) $AO = 2\sqrt{2}$ ، \square (3) $AH = 2\sqrt{3}$ ، \square (4) $a = \sqrt{13}$

تمرين عدد:

x	2	4	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{15}$	$2\sqrt{7}$
y	$\sqrt{3}$	$\sqrt{12}$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{6}$	$\frac{3\sqrt{5}}{2}$	$\sqrt{21}$

a	3	$2\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	2	3
b	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{14}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

(1) \square $AH = \frac{12}{5}$ ، \square (2) $AO = 2\sqrt{2}$ ، \square (3) $AH = 2\sqrt{3}$ ، \square (4) $a = \sqrt{13}$

تمرين عدد: (1) المثلث EFM قائم الزاوية في F ؛ بتطبيق نظرية بيتاغورس نتحصل على $MF^2 = EM^2 + EF^2$

يعني $MF^2 = \sqrt{EM^2 + EF^2}$ إذن $MF = \sqrt{16 + 9} = 5$

(2) المثلث FGN قائم الزاوية في G ؛ بتطبيق نظرية بيتاغورس

نتحصل على $FN^2 = GN^2 + GF^2$ يعني $FN = \sqrt{GN^2 + GF^2}$

$FN = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

* المثلث HMN قائم الزاوية في H ؛ بتطبيق نظرية بيتاغورس

نتحصل على $MN^2 = HM^2 + HN^2$ يعني $MN = \sqrt{HM^2 + HN^2}$

إذن $MN = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

(ب) في المثلث MFN لدينا $MF = 5$ ؛ $MN = 10$ و $FN = 5\sqrt{5}$ ؛

$MF^2 + MN^2 = 25 + 100 = 125$ و $FN^2 = (5\sqrt{5})^2 = 125$ إذن المثلث FMN قائم الزاوية في M.

(3) في المثلث EFM لدينا $EF \parallel (AH)$ و $A \in (MF)$ ؛ $H \in (ME)$ لدينا EFM مثلث

$MA = \frac{6}{4} \times 5 = \frac{15}{2}$ إذن $MA = \frac{MH}{ME} \times MF$ يعني $\frac{MA}{MF} = \frac{MH}{ME}$ ؛ $\frac{MA}{MF} = \frac{MH}{ME} = \frac{AH}{EF}$

تمرين عدد: (1) المثلث ABC قائم الزاوية في A ؛ بتطبيق نظرية بيتاغورس نتحصل على $BC^2 = AB^2 + AC^2$ يعني $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$ $BC = \sqrt{16 + 9} = 5$ إذن $BC = 5$

(ب) ABC قائم الزاوية في A و AH الارتفاع الصادر من A إذن $AB \times AC = AH \times BC$ يعني $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$

إذن $AH = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$

تمرين عدد: ABCD مربع طول ضلعه 3 و [BD] قطره إذن $BD = 3\sqrt{2}$ ؛ ABCD مربع إذن قطره [AC] و [BD] متعامدان في المركز O وبالتالي المثلث OEC قائم الزاوية في O وبتطبيق نظرية بيتاغورس على المثلث OEC نتحصل على $EC^2 = OC^2 + OE^2$ يعني $EC = \sqrt{OC^2 + OE^2}$ إذن

$EC = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{18}{4} + \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{36}{2}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

$AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ارتفاعه إذن $AH = 2\sqrt{3}$

(2) المثلث ABH قائم الزاوية في H و [HI] الارتفاع الصادر من H

إذن $HI = \sqrt{3}$ $HI = \frac{HB \times AH}{AB}$ يعني $HB \times AH = HI \times AB$

المثلث AHC قائم الزاوية في H و [HI] الارتفاع الصادر من H

إذن $HJ = \sqrt{3}$ $HJ = \frac{HC \times AH}{AC}$ يعني $HC \times AH = HJ \times AC$

(ب) بما أن $HI = HJ = \sqrt{3}$ فإن IH متساوي الضلعين فمعه الزاوية H

تمرين عدد: (1) $BC^2 = AB^2 + AC^2$ لذا $BC^2 = 5^2 = 25$ و $AB^2 + AC^2 = 16 + 9 = 25$

الزاوية في A

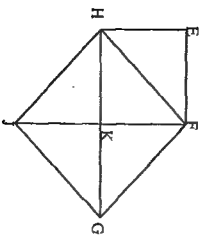
(ب) $12 = 5 + 7 = AB^2 + AC^2$ و $BC^2 = 12$ لذا $BC^2 = AB^2 + AC^2$ المثلث ABC قائم الزاوية في A

(ج) $23 = 12 + 11 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{11})^2$ و $AB^2 + AC^2 = 21$ و $BC^2 = \sqrt{21}^2$ لذا $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

تبرير ع-06 مد: (1) انظر الرسم

(ب) لدينا ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A والنقطة I منتصف قاعدته $[BC]$ لذاالمستقيم (AI) يمثل المتوسط العمودي لـ $[BC]$ إذن $(BC) \perp (AD)$ ولدينا B و D منطرتي C و A بالنسبة إلى النقطة I لذا القطران $[AD]$ و $[BC]$ يتقاطعانفي منتصفهما I وبما أن في الرباعي $ABDC$ القطران متعامدان في منتصفهما فهو مربع.

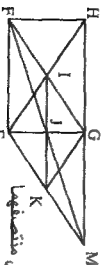
(2) انظر الرسم.

(ب) لدينا E و F منطرتي B و C بالنسبة إلى A لذا $AE = AF$ و $AB = AC$ وبما أن $AB = AC$ متقايس الضلعينفإن $AE = AF$ و $AB = AC$ ومنه فإن $EB = FC$ إذن في الرباعي $EFBC$ القطران يتقاطعان في منتصفهما و متقايسان فهو مستطيل.تبرير ع-07 مد: (1) لدينا $(HK) \parallel (EF)$ و $EH = EF = HK = 3$ لذاالرباعي $EFKH$ له ضلعان متوازيان ومتقايسان إذن هو متوازي الأضلاع وبما أن له زاوية قائمة وله ضلعان متتاليان متقايسان إذن فهو مربع.(2) لدينا K منتصف كل من $[F]$ و $[H]$ لذا $HK = KG$ و $FK = KI$ ومنه فإنوبما أن $HK = HK$ و $FK = FK$ و $KG = KI$ و $EH = EF$ فإن الرباعي $FGIH$ هو مربع.

قطراه متعامدان في منتصفهما ومتقايسان إذن هو مربع.

(ب) لدينا قوس طول قطر المربع $FGIH$ يسوي 6 cm لذا قوس طول ضلعه $[FG]$ يسوي $3\sqrt{2} = \frac{6}{\sqrt{2}}$

تبرير ع-08 مد: (1) انظر الرسم.

(ب) لدينا I منتصف $[FG]$ و I منتصف $[EH]$ (لأن H و E متناظران بالنسبة إلى I لذا القطران $[EH]$ و $[FG]$ يتقاطعان في منتصفهما K وبما أن $EFHG$ متوازي الأضلاع وبما أن له زاوية قائمة (E) فهو مستطيل.

(2) انظر الرسم.

تبرير ع-01 مد: (أ) صواب؛ (ب) صواب؛ (ج) خطأ؛ (د) خطأ؛ (هـ) صواب؛ (و) صواب

تبرير ع-02 مد: (أ) مربع؛ (ب) معين؛ (ج) مستطيل؛ (د) معين

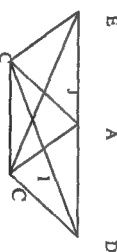
تبرير ع-03 مد:

في المربع	القطران متقايسان
في المستطيل	القطران متعامدان
في المعين	القطران متقايسان ومتعامدان
في متوازي الأضلاع	القطران يتقاطعان في منتصفهما

تبرير ع-04 مد: (أ) انظر الرسم

(ب) لدينا B منظرية C بالنسبة إلى I (لأن I منتصف $[BC]$)و D منظرية A بالنسبة إلى I (مطوى)لذا القطران $[BC]$ و $[AD]$ يتقاطعان في منتصفهما I إذن الرباعي $ABCD$ هو متوازي الأضلاع وبما أن له زاويةقائمة (ABC) فإن A فإن الرباعي $ABCD$ هو مستطيل.(ج) المربع هو مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان لذا يكون الرباعي $ABCD$ مربعا يجب أن يكون المثلث ABC قائم الزاوية و متقايس الضلعين في A

تبرير ع-05 مد: (1) انظر الرسم

(ب) لدينا B منظرية A بالنسبة إلى I (لأن I منتصف $[AB]$)و D منظرية C بالنسبة إلى I (مطوى) لذا القطران $[AB]$ و $[DC]$ يتقاطعان في منتصفهما I وبالتالي الرباعي $ADBC$ هو متوازي الأضلاع.

(2) انظر الرسم

(ب) لدينا C منظرية A بالنسبة إلى I (لأن I منتصف $[AC]$) و E منظرية B بالنسبة إلى I (مطوى)لذا القطران $[AC]$ و $[BE]$ يتقاطعان في منتصفهما I وبالتالي الرباعي $ABCE$ هو متوازي الأضلاع.(3) لدينا $ADBC$ متوازي الأضلاع لذا $(BC) \parallel (AD)$ و $AD = BC$ كذلك لدينا $ABCE$ متوازي الأضلاع لذاو $(BC) \parallel (AE)$ و $AE = BC$ و $AD = BC$ و $AE = AD$ فإن $AE = AD$ وبما أن $(AD) \parallel (BC)$ و $(AE) \parallel (BC)$ فإن النقاط A, E, D على استقامة واحدة إذن A هي منتصف $[ED]$.

لكن H نقطة تقاطع (CD) و (EF) . لدينا إذن $(AEF) \cap (AH) = (AH) \cap (ACD)$ وبالتالي $G \in (AH)$ ومنه G تمثل نقطة تقاطع المستقيمين (AH) و $(C'D)$.

تمرين ع08-ج1: $(MAB) \cap (MB) = (MB)$.

2) لدينا $(MBC) \cap M \in (MAB)$ و $M \in (MAB)$ إذن $(MBC) \cap (MAB) = \{M\}$ مستويان يتقاطعان وفقا لمنحى مستقيم Δ يمر من النقطة M . وبما أن $(AB) \cap (DC) = (AB)$ ولنا أيضا $(MAB) \cap (AB) = \{A\}$ إذن $\Delta \cap (AB) = \{A\}$ ولنا أيضا $(MDC) \cap (DC) = (DC)$ وبالتالي Δ هو المستقيم المار من M والمتوازي لـ (AB) .

تمرين ع09-ج1: 1) لدينا $(ABC) \cap (BC) = \{B\}$ ، $(ABC) \cap (SA) = \{A\}$ فإن $A \in (BC)$ و $(SA) \cap (BC) = \{B\}$ ليسا في نفس المستوى أي غير متقاطعين وغير متوازيين.

2) لدينا $(AB) \perp (AC)$; $(SA) \perp (AC)$; $(AB) \cap (AC) = \{A\}$ و $(AC) \cap (AB) = \{A\}$ إذن $(AB) \perp (SA)$ في A

3) لدينا $(ABC) \perp (SA)$ ولنا أيضا $A \in (ABC)$ و $O \in (BC)$ لأن $O \in (ABC)$ و $O \in (BC)$ وبالتالي OSA قائم الزاوية في A

4) لدينا في المثلث SAB : I منتصف $[SB]$ و J منتصف $[SA]$ إذن $(IJ) \parallel (AB)$ وبالتالي $(IJ) \perp (SA)$ ⁽¹⁾
ولدينا في المثلث SAC : J منتصف $[SA]$ و K منتصف $[SC]$ إذن $(JK) \parallel (AC)$ ولنا أيضا $(SA) \perp (AC)$ ⁽²⁾
لنا $(SA) \perp (JK)$ ⁽²⁾ وبما أن $(IJ) \cap (JK) = J$ و $(IJ) \cap (JK) = J$ وبالتالي حسب ⁽³⁾ و ⁽²⁾ :
فإن $(IJ) \perp (SA)$

ب) بما أن $(IJ) \perp (SA)$ و $(SA) \perp (ABC)$ فإن $(IJ) \parallel (ABC)$
5) بما أن $(AB) \parallel (IJ)$ ولنا $(AB) \cap (ABC) = \{A\}$ فإن $(IJ) \parallel (ABC)$.

تمرين ع10-ج1: 1) لدينا في المستوى (DEF) ، J منتصف $[DF]$ و K منتصف $[EF]$ ومنه $KJ = \frac{1}{2} DE$

و $(IJ) \parallel (KJ)$

مقاطعان في C ومحتويان في المستوى (BCG) فإن $(CD) \perp (BCG)$

ب) بما أن $(BCG) \perp (CD)$ و $(BCG) \cap (MC) = \{C\}$ فإن $(MC) \perp (CD)$ وبالتالي فإن المثلث DCM قائم الزاوية في C .

تمرين ع06-ج1: 1) $(SCD) \cap (MC) = \{C\}$ لأن $M \in (SCD)$ ، $M \in (SCD)$ ، $B \in (SA)$ ولنا $M \in (SA)$

حيث $(SAB) \cap (SA) = \{A\}$ إذن $(SAB) \cap (MB) = \{B\}$ وبالتالي $M \in (SAB)$

2) لنا $C \in (SC)$ وبما أن $(ABD) = (ABCD)$ فإن $C \in (ABD)$ وبالتالي $C \in (AD)$ و $(SAD) \cap (ABC) = \{A\}$

لدينا $(SAD) \cap (ABC) = \{A\}$ و $(SAD) \cap (AD) = \{A\}$ وبالتالي $D \neq A$ ولدينا $D \in (SAD)$

3) لنا $\{D\} = (SAD) \cap (DC)$ ، $(SA) \cap (DC) = \{C\}$ ليسا في نفس المستوى وبالتالي (SA) و (DC) غير متوازيين
 $(SA) \cap (SAD) = \{A\}$
 $D \in (SA)$

وغير متقاطعين.

4) لنا $(AB) \parallel (MN)$ و $(ADC) \cap (AB) = \{A\}$ إذن $(ADC) \cap (MN) = \{A\}$.

5) لنا $(ABC) \perp (SC)$ في C إذن $(SC) \perp (BC)$ عمودي على كل المستقيمت المحتواة في (ABC) والمارة من C وبالتالي $(SC) \perp (BC)$ ولدينا $(BC) \perp (AC)$ ، $(SC) \cap (AC) = \{C\}$ ولنا $(SC) \cap (AC) = \{C\}$ إذن $(SC) \perp (AC)$ في النقطة C .

ب) لدينا $(SAC) \perp (BC)$ في C إذن $(BC) \perp (AC)$ عمودي على كل المستقيمت المحتواة في (SAC) والمارة من C ولدينا $(SAC) \cap (CM) = \{C\}$ إذن $(CM) \perp (BC)$ ومنه نستنتج أن المثلث BCM قائم الزاوية في C .

تمرين ع07-ج1: 1) لدينا في المثلث ACD ، C' منتصف $[AC]$ و D' منتصف $[AD]$ وبالتالي فإن $(CD) \parallel (C'D')$ ولنا أيضا $BCDE$ متوازي أضلاع ومنه $(BE) \parallel (CD)$ إذن $(C'D') \parallel (BE)$.

2) (BE) يقطع المستوى (AEF) في النقطة E وبما أن $(BE) \parallel (C'D')$ فإن $(C'D') \parallel (BE)$ يقطع المستوى (AEF) .

لنعتبر G نقطة تقاطع المستقيم $(C'D')$ والمستوى (AEF) ، وبناء النقطة G

لدينا G تنتمي لـ $(C'D')$ ولنا $(C'D') \subset (ACD)$ وبالتالي G تنتمي لـ (ACD) ولنا أيضا G تنتمي للمستوى (AEF) ومنه $G \in (AEF) \cap (ACD)$ ، لدينا $F \neq B$ ومنه (CD) و (EF) متقاطعان.

$$(4) \text{ لنا } \left\{ \begin{array}{l} (BC) // (UD) \\ (BC) // (UD) \end{array} \right\} \text{ إذن } (BC) // (UD)$$

(5) أ) بما أن الهرم ABCD منتظم فإن المثلث BCD متساوي الأضلاع حيث $[DK]$ مرسطة المصادر من D وهو أيضا ارتفاعه المصادر من D إذن $(KD) \perp (BC)$.

ب) بما أن $(KD) \perp (BC)$ حسب السؤال (1)، $(AK) \perp (BC)$ حسب السؤال (1)، $(KD) \subset (AKD)$ ،
 $(AKD) \subset (AK)$ و $(AK) = \{K\}$ فإن $(KD) \cap (BC)$ عمودي على (AKD) في K.

تمرين 2- ملئ: (1) أ) لدينا ABCD مربع ومثلث $(AD) \perp (DC)$ لنا $(ABCD) \perp (AS)$ حيث $(DC) \subset (ABCD)$ إذن $(DC) \perp (AS)$ ومثلث المستقيم (DC) عمودي على مستقيمين متقاطعين (AD) و (AS) وبالتالي $(DC) \perp (ASD)$ (مستقيمان متقاطعان يكونان متوازيين)
 ب) نعلم أن (DC) عمودي على (SAD) وحيث $(SAD) \subset (SD)$ إذن $(SD) \perp (DC)$ وبالتالي SDC مثلث قائم الزاوية في D.

(2) لنا $(ABCD) \perp (AS)$ وبما أن $(ABCD) \subset (AD)$ و $(AB) \subset (ABCD)$ فإن $(AD) \perp (AB)$ و $(AS) \perp (AB)$

وبالتالي فإن المثلثين SAB و SAD قائما الزاوية في A ومثلث $AS^2 = AB^2 + SD^2$ وبما أن ABCD مربع فإن $SD^2 = AD^2 + AS^2$

AD = AB وبالتالي SB = SD ومثلث DSB متساوي الضلعين فمثلثه الزاوية S.

(3) لنا $(SBC) \subset (BC)$ و $(BC) // (AD)$ ومثلث $(SBC) // (AD)$

(4) أ) لدينا $(SBC) \cap (AMD) = (MN)$ إذن (MN) يمثل تقاطع المستويين (AMD) و (SBC) اللذان يحتويان على مستقيمين متوازيين هما على التوالي (AD) و (BC) وبالتالي $(MN) // (AD)$ (II)

ب) لنا $(AD) // (MN)$ إذن AMND شبه منحرف ولنا أيضا $(AB) \perp (AD)$ و $(AS) \perp (AD)$ إذن $(AB) \perp (AS)$ وبما أن $(AB) \subset (ABS)$ فإن $(AM) \perp (AD)$ (II) نستنتج من خلال (I) و (II) أن الرباعي AMND شبه منحرف قائم.

(ج) لنكن S مساحة شبه المنحرف AMND، $AM = \frac{AD + MN}{2}$ ، لدينا $a = AD$ و ABS مثلث قائم ومتساوي

الضلعين فمثلثه الزاوية A حيث $AB = a$ ومثلث $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ و M هي منتصف $[SB]$ و

ولنا أيضا I منتصف $[AB]$ و $ABED$ مستطيل إذن $\left\{ \begin{array}{l} AI = \frac{1}{2} DE \\ (AI) // (DE) \end{array} \right.$ (II). نستنتج من (I) و (II) أن $AI = KI$ و

$(KI) // (AI)$ ومثلث AIK متوازي أضلاع وبالتالي فإن (AI) و (KI) متقاطعان. (فقط متوازي الأضلاع متقاطعان)

(2) أ) لدينا L مركز المربع DFCA لذا L منتصف $[CD]$ ولنا أيضا N منتصف $[CA]$ إذن $(LN) // (LN)$

حيث $(LN) // (AD)$ إذن $(LN) // (BE)$ وبما أن $(BE) \subset (BCEF)$ فإن $(BE) // (BCEF)$ (LN).

لنا $(ACFD) \subset (LN)$ و $(FC) = (BCEF) \cap (ACFD)$ ومثلث $(LN) \subset (BCEF)$

لنا $(BCEF) \subset (LN)$ يعني $(LN) \cap (BCEF) = \emptyset$ وبما أن $(LN) \subset (BCEF)$ و $(LN) \subset (OM)$ غير محوي في المستوى $(BCEF)$.

ب) نعلم أن $(AD) // (LN)$ و $(BE) // (AD)$ ومثلث $(LN) // (BE)$ ولنا في المثلث BEF، J منتصف $[FE]$ و M منتصف $[BF]$ وبالتالي $(MJ) // (BE)$ ومثلث $(LN) // (MJ)$

لنا (MJ) و (MO) مستقيمان متقاطعان وبما أن $(LN) // (MJ)$ فإن المستقيمين (LN) و (MO) غير متوازيين.

(ج) حسب (2) أ) لنا (LN) و (MO) غير متقاطعين، حسب (2) ب) لنا (LN) و (MO) غير متوازيين وبالتالي (LN) و (MO) غير محويين في نفس المستوى ومثلث (LN) لا يتتبع نفس المستوى.

تمرين 3- ملئ: (1) بما أن الهرم ABCD كل أحره متعامدة فإن المثلث ABC متساوي الأضلاع ولدينا $[AK]$ مرسطة المصادر من A لأن K منتصف $[BC]$ وبالتالي $[AK] \perp [BC]$ وبما أن $[AK] \perp [BC]$ هو أيضا ارتفاعه المصادر من A.

$$(2) \text{ بما أن } \left\{ \begin{array}{l} I \in (AB) \\ I \in (ABC) \end{array} \right. \text{ فإن } I \in (ABC) \text{ وبالتالي } J \in (ABC) \text{ و } J \in (AC) \text{ فإن } J \in (AC) \text{ و } J \in (ABC) \text{ و } J \in (AC) \text{ و } J \in (ABC)$$

(3) أ) بما أن $(AK) \perp (BC)$ ولدينا $K \in (BC)$ و $K \in (BCD)$ فإن $(BC) \perp (BCD)$ وبالتالي فإن $(AK) \perp (BCD)$ مشترك في K ولدينا $K \in (AK)$ و $K \in (BCD)$ إذن $A \in (AK)$ و $A \in (BCD)$ متقاطعان في K.

ب) لدينا $\left\{ \begin{array}{l} D \in (BCD) \\ D \in (AKD) \end{array} \right.$ ولنا $A \in (AKD)$ و $A \in (BCD)$ إذن المستويان (AKD) و (BCD) غير متقاطعين ولدينا نقطة مشتركة فيما متقاطعان

$$(ج) (KD) \cap (BCD) = (AKD)$$

$$= 2 - 2\sqrt{10} + 5 - 3 + 4\sqrt{3} - 4 = (2 + 5 - 3 - 4) + (4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}) = 0 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$$

(ج) $16 \times 3 = 48$ و $(4\sqrt{3})^2 = 4 \times 10 = 40$ لذا $(2\sqrt{10})^2 > (4\sqrt{3})^2$ وبما أن $4\sqrt{3} > 0$ و $2\sqrt{10} > 0$ وبما أن $a^2 > b^2$ وبالتالي $a^2 - b^2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10} > 0$ إذن $4\sqrt{3} > 2\sqrt{10}$ وبما أن $a < 0$ و $b < 0$ فإن $b < a$

تبرير ص 03-د: (1)

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2 = a + 2\sqrt{ab} + b = a + b + 2\sqrt{ab} = 10 + 2\sqrt{12} = 10 + 2 = 12$$

$$\text{بما أن } \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0 \text{ فإن } \sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{3}$$

(ب)

$$\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(a\sqrt{a} - b\sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{a\sqrt{a}\sqrt{a} - a\sqrt{a}\sqrt{b} - b\sqrt{b}\sqrt{a} + b\sqrt{b}\sqrt{b}}{\sqrt{a}^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2} = \frac{a^2 - a\sqrt{ab} - b\sqrt{ab} + b^2}{a - 2\sqrt{ab} + b}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - \sqrt{ab}(a+b)}{a+b-2\sqrt{ab}} = \frac{a^2 + b^2 - \sqrt{10} \times 10}{10 - 2 \times \sqrt{1}} = \frac{a^2 + b^2 - 10}{10 - 2} = \frac{a^2 + b^2}{8} - \frac{10}{8} = \frac{1}{8}(a^2 + b^2) - \frac{5}{4} = \frac{1}{8}[(a+b)^2 - 2ab] - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{1}{8}(10^2 - 2 \times 1) - \frac{5}{4} = \frac{1}{8}(100 - 2) - \frac{5}{4} = \frac{98}{8} - \frac{5}{4} = \frac{49}{4} - \frac{5}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

$$(2) \quad E = (-\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = 7 - 7 + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$(ب) \quad 2 - \sqrt{3} = 2^2 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

(ج) $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2 = [x - (2 - \sqrt{3})][x + (2 - \sqrt{3})] = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$ نتحصل على

$$EO = \sqrt{HO^2 + EH^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

* المثلث EFG قائم الزاوية في E و O منتصف الوتر [FG] إذن O مركز الدائرة المحيطة به وبالتالي

$$FG = 2OE = 2 \times \frac{5}{2} = 5 \quad \text{إذن} \quad OF = OG = OE = \frac{5}{2}$$

* $\frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1$ ؛ نتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث EFH (قائم الزاوية في H)

نتحصل على $EF^2 + FH^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2 = \sqrt{5}$ إذن $EF^2 = EH^2 + FH^2$ (نطبق نظرية فيثاغورس في E) نتحصل على $FG^2 = EF^2 + EG^2$ إذن

$$EG^2 = FG^2 - EF^2 = \sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2 = \sqrt{25 - 3} = \sqrt{22} = 2\sqrt{2}$$

تبرير ص 05-د: (1) (ب) لدينا B و D متناظران بالنسبة إلى A لذا A منتصف [BD] إذن AD = AB وبما أن مثلث ABC متساوي الساقين فإن AB = AD = AC

(2) $1 = \sqrt{1} = \sqrt{1 - 8 + 8} = \sqrt{1^2 - (2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{(1 - 2\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9 - 8} = 1$

(ب) $8 = 3 + 2 + 3 = 3 + 2\sqrt{2} + 2 + 3 + 2\sqrt{2} = (3 - 2\sqrt{2})^2 + 2 + (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2 + 2 + (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ لدينا $(x + y)^2 = 8$ لذا $(x + y)^2 = 8$ يعني $\sqrt{(x + y)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ وبما أن $x > 0$ و $y > 0$ فإن $x + y = 2\sqrt{2}$ وبالتالي $x + y = |x + y|$ إذن $|x + y| = x + y$.

(ج) $6 = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}^2 + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}^2}{1} = \frac{3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}}{1} = \frac{6}{1}$

تبرير ص 03-د: (1) نتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث ABC (قائم الزاوية في A) نتحصل على $AB^2 + AC^2 = BC^2$

وبما أن $AB = x$ و $AC = x + 2$ فإن

$$BC^2 = x^2 + (x + 2)^2 = x^2 + x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 4x + 4 = 2(x^2 + 2x + 2) = 2(x^2 + 2x + 1) + 2 = 2[(x + 1)^2 + 1]$$

$$\text{إذن} \quad BC = \sqrt{2[(x + 1)^2 + 1]} = \sqrt{2} \sqrt{(x + 1)^2 + 1}$$

تبرير ص 04-د: (1) المثلث ABM محيط بالدائرة (C) قعرها [AB].



(ب) نتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث ABM (قائم الزاوية في M) نتحصل على

$BM^2 = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ إذن $BM^2 = 8$ يعني $AB^2 = AM^2 + BM^2$ المثلث ABM قائم الزاوية في M و [MH] ارتفاع الصواب من M إلى

$$MH = \frac{AM \times BM}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8$$

* نتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث OMH (قائم الزاوية في H) نتحصل على $OM^2 = OH^2 + MH^2$ يعني $OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \sqrt{5^2 - (4.8)^2} = \sqrt{25 - 23.04} = \sqrt{1.96} = 1.4$ إذن $OH^2 = OM^2 - MH^2$

فرض تساهلي ص 02-د

تبرير ص 01-د: (1) (أ) لأن $(\sqrt{2} + 1)^2 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$ وبالتالي $(\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 8 = 12 + 4\sqrt{2}$

(ب) $4(\pi - \sqrt{3})$

(2) (أ) صواب (ب) $\frac{1}{2} = \frac{2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}} = \frac{4}{4} = 1$

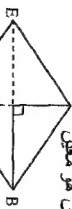
(ب) خطأ (أ) لأن $\sqrt{a^2} = |a|$ (أ) لدينا $\sqrt{2} < 2$ و $\sqrt{3} < 2$ لذا $\sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$ و $\sqrt{3} - 2 < 0$ و $a < 0$ و $b < 0$

تبرير ص 02-د: (1) لدينا $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2)^2 = (2 - 2\sqrt{10} + 5) - (3 - 4\sqrt{3} + 4)$

فتحصل على $x^2 + (x+1)^2$ فإن $AC = x+2$ و $BC = x+1$; $AB = x$ و $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 يعني $(2x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 4x + 4) = 0$ يعني $x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 2x + 1$
 $x^2 + 1 = 0$ أو $x - 3 = 0$ يعني $x^2 - 2x - 3 = 0$ يعني $2x^2 + 2x + 1 - x^2 - 4x - 4 = 0$
 يعني $x = 3$ أو $x = -1$ و $x = 0$ و $x > 0$ فإن $x = 3$

تمرين ص 10 بند 1 أنظر الرسم

ب) لدينا E و F متناظرتي B و C بالنسبة إلى A لذا A منتصف كل من [EB] و [FC] و $(CF) \perp (BE)$
 (ABC) قائم الزاوية في A فإن الرباعي BCEF قطر له متناظران في منتصفيهما A إذن هو معين



محيط المعين BCEF يساوي $4 \times BC$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABC (قائم الزاوية في A) نحصل على $BC^2 = AB^2 + AC^2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$
 إذن $4 \times BC = 4 \times 5 = 20$ وبالتالي $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

فرض مسأله ص 10 بند 0

تمرين ص 10 بند 1

1) \mathbb{R} ؛ 2) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ؛ 3) $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$

2) خطأ ، ب) صواب

تمرين ص 10 بند 1

$$A = (1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2}) - 3 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 3 = 1 + 2\sqrt{2} - 2 - 3 = -4 - 3 = -7$$

$$A = (x - \sqrt{2})^2 - 5 = (x^2 - 2\sqrt{2}x + 2) - 5 = x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 = x^2 - 2\sqrt{2}x - 3$$

$$A = (x - \sqrt{2})^2 - 5 = (x - \sqrt{2})^2 - \sqrt{5}^2 = (x - \sqrt{2} - \sqrt{5})(x - \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$x = \sqrt{2} + \sqrt{5} \text{ أو } x = \sqrt{2} - \sqrt{5} \text{ يعني } x - \sqrt{2} - \sqrt{5} = 0 \text{ أو } x - \sqrt{2} + \sqrt{5} = 0$$

$$\text{إذن } S_R = \{ \sqrt{2} - \sqrt{5}, \sqrt{2} + \sqrt{5} \}$$

$$\text{د) } A > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 > 0$$

$$\text{ع) } A > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 > 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 > 0$$

$$S_R = \left[\frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}; +\infty \right[\text{ إذن } x > \frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

الارتسام داخل دائرة قطر لها [BD] وبالتالي فإن المثلث BCD قائم الزاوية في C.

ج) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BDC (قائم الزاوية في C) نحصل على:

$$BD^2 = BC^2 + DC^2$$

$$\text{يعني } BD^2 = BC^2 + DC^2 \Rightarrow 4 = \sqrt{3}^2 + DC^2 \Rightarrow DC^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow DC = 1$$

$$\text{ب) لدينا H السقط العمودي لـ A على (DC) لذا (AH) \perp (DC) و بما أن (BC) \perp (DC)$$

$$\text{فإن (BC) // (AH) وبالتالي في المثلث BCD لدينا (BC) // (AH) و (DC) // (AH) متوازيان$$

$$\text{و A منتصف [BD] إذن H منتصف [DC].}$$

$$\text{ب) في المثلث BDC لدينا A منتصف [BD] و H منتصف [DC] إذن } AH = \frac{1}{2} BC = \frac{3}{2}$$

تمرين ص 10 بند 1

1) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ؛ 2) $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ ؛ 3) $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$

2) خطأ ، ب) صواب

$$A = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x + 1 - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$$

$$A = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \left(\frac{1}{2}x - 1 \right)^2 - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x + 1 - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$$

$$x = 2(1 - \sqrt{2}) \text{ يعني } \frac{1}{2}x - 1 + \sqrt{2} = 0 \text{ أو } \frac{1}{2}x - 1 - \sqrt{2} = 0 \text{ يعني } \left[\frac{1}{2}x - 1 - \sqrt{2} \right] \left[\frac{1}{2}x - 1 + \sqrt{2} \right] = 0$$

$$\text{أو } x = 2(1 + \sqrt{2}) \text{ إذن } x = 2(1 + \sqrt{2}) ; 2(1 - \sqrt{2})$$

$$\text{2) } A < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0$$

$$x + 5 \neq 0 \text{ فإن } x \in]2; 4[$$

$$\text{ب) } \frac{2(x+2)}{x+5} = 2 \text{ إذن } \frac{2(x+2)}{x+5} = 2 \Rightarrow \frac{2(x+2)}{x+5} = 2 \Rightarrow \frac{2(x+2)}{x+5} = 2 \Rightarrow \frac{2(x+2)}{x+5} = 2$$

$$\text{ج) لدينا } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0$$

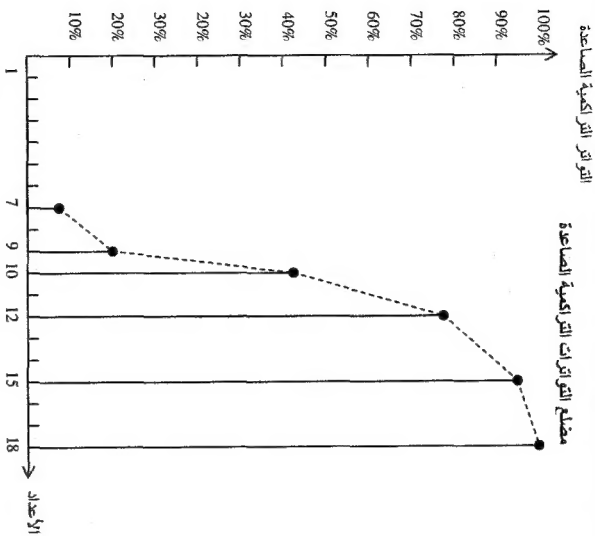
$$\text{يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 < 0 \text{ يعني } x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 < 0$$

تمرين ص 10 بند 1 في المثلث ABC لدينا I منتصف [AC] و J منتصف [AB]

فإن [AC] و [AB] متوازيان (JK) // (AB) ؛ (IK) // (BC) ؛ (IJ) // (AC) ؛ (JK) // (AB) ؛ (IK) // (BC) ؛ (IJ) // (AC)

$$\text{ب) } x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 = (x - 1)^2 - 2^2 = (x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = (x - 3)(x + 1)$$

$$\text{ج) تكون الرباعي DBK مستطيل يجب أن يكون المثلث ABC قائم الزاوية في B وبالتالي بتطبيق نظرية بيتاغور$$



تمرين ص04-د: (1) المستقيم (CG) عمودي على المستوى (ABC) في النقطة C إذن فهو عمودي على كل مستقيمت هذا المستوى الصاعدة من النقطة C بما في ذلك المستقيم (AC) وبالتالي فإن المثلث ACG قائم الزاوية في C

(ب) مربع طول ضلعه 4 و $AC = 4\sqrt{2}$ قطره إذن $AG^2 = AC^2 + CG^2$ نحصل على

$$AG^2 = AC^2 + CG^2 = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

إذن $AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

(2) المستقيم (IF) عمودي على المستوى (BFG) في النقطة F إذن فهو عمودي على كل مستقيمت هذا المستوى الصاعدة من النقطة F بما في ذلك المستقيم (IF) وبالتالي فإن المثلث IFI قائم الزاوية في F.

(ب) تطبيق نظرية بيتاغور في المثلث FGI $FGI = \frac{HG}{2} = \frac{4}{2} = 2$ نحصل على :

$$FI^2 = FG^2 + GI^2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن $GI = \frac{HG}{2} = \frac{4}{2} = 2$

نطبق نظرية بيتاغور في المثلث IFI (قائم الزاوية في F) نحصل على $FI^2 = IF^2 + FI^2$

$$IF^2 = IF^2 + FI^2 = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{4 + 20} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

إذن $FI = 2\sqrt{5}$; $IF = \frac{4}{2} = 2$

فرض تسايفي ص03-د

$$\sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$$

العدد من 20	18	15	12	10	9	7	
عدد التلاميذ	1	5	8	6	3	2	
التواترات بالنسبة المئوية	4%	20%	32%	24%	12%	8%	
التواترات التراكمية المساعدة بالنسبة المئوية	100%	96%	76%	44%	20%	8%	

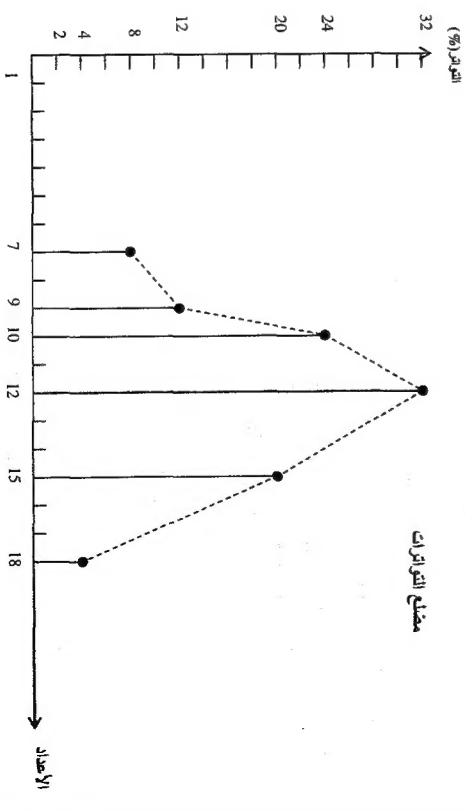
$$M = \frac{(2 \times 7) + (3 \times 9) + (6 \times 10) + (8 \times 12) + (5 \times 15) + (1 \times 18)}{25} = \frac{290}{25} = 11,6$$

(2) محل القسم في هذا الفرض: $11,6$

(3) مدى هذه السلسلة الإحصائية $18 - 7 = 11$

(4) موزان هذه السلسلة الإحصائية هو 12.

(5) مخطط ومضلع التواترات:



الفروض

لذا $SABCD = 3 \frac{9\sqrt{2}}{2} SB = SA$

المثلث SOB قائم الزاوية في O و [OH] ارتفاعه الصادر من O إذن $SB \times OH = SO \times OB$

$$\frac{OH}{SB} = \frac{SO \times OB}{SB^2} = \frac{6 \times \frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{9\sqrt{2}}{2}} = 2$$

تمرین ۵۰۵: (۱) لینا ABCD شبه منحرف قاعده [AB] و [DC] لذا $|AB| \in M$ و $|DC| \in N$
(۲) (AM) // (NC) ، و غم این AM = NC له ضلعان متوازیان و متقابلان وبالتالي فهو متوازي
اضلاع

$$S_1 = \frac{AD \times DN}{2} = \frac{3 \times (7-x)}{2} = \frac{21-3x}{2} \quad (1)$$

AMICD

$$S_2 = \frac{(7+x) \times 3}{2} - S_1 = \frac{21+3x}{2} - \frac{21-3x}{2} = \frac{21+3x-21+3x}{2} = \frac{6x}{2} = 3x \quad \text{ADN} \quad \text{مساحة المثلث}$$

مساحة المثلث BMC تساوي الفرق بين مساحة شبه المنحرف ABCD ومساحة شبه المنحرف AMCD أي:

$$S_3 = \frac{3 \times (5+7)}{2} - \frac{(x+7) \times 3}{2} = 18 - \frac{3x+21}{2} = \frac{36}{2} - \frac{3x+21}{2} = \frac{36-3x-21}{2} = \frac{15-3x}{2}$$

(ب) مساحة المثلث $AMNC$ يعني $S_1 = S_2$ يعني $\frac{21-3x}{2} = 3x$ يعني $21-3x = 6x$

يعني $9x = 21$

(ج) مساحة المثلث BMC أكبر من مساحة المثلثي AMCN يعني $S_3 > S_2$ يعني $\frac{15-3x}{2} > 3x$ يعني $15-3x > 6x$

يعني $x > 15$ يعني $x < \frac{15}{9}$ يعني $x < \frac{5}{3}$ وما أن $x > 0$ فإن $x \in]0; \frac{5}{3}[$.

الفروض

(2) خطأ (أ) خطأ ، $(x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0)$ (ب) خطأ

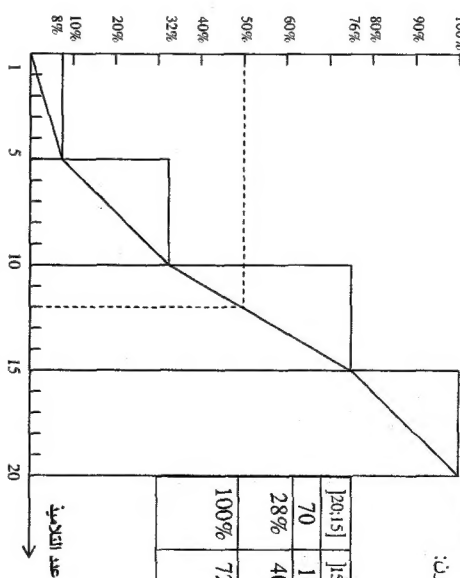
تیرین عدد: 02 عدد اکیایات المحب هو: $8^2 = 64$ ؛ (ب) احتمال سحب کوپرتین زر فارین هو: $\frac{9}{64}$

(ج) احتمال سحب کوپرن تین صر اور بیٹن ہو $\frac{25}{64}$

(هـ) احتمال سحب كوربينين مختلفين في اللون:

ç.

العدد من 20	[3; 6]	[6; 5]	[5; 10]	[10; 5]
عدد التلاميذ	20	60	100	100
الزوايا التي بالضريبة المتزايدة	8%	24%	40%	70%
بالضريبة المتزايدة المساوية	8%	32%	72%	100%



5

	3	10	15	20	Me=12.5 (C)
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
41	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
49	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
51	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
61	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
62	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

تفريغ ٤٠٤: ١) (١) لدينا [SO] ارتفاع الهرم SABCD لذا (SO) عمودي على المستوى (ABC) إذن فهو

عمودي على كل مستقيمتين OA و OB من النقطتين O ومن بينها المستقيم OC فإن $\angle AOC = \angle BOC$

وبالتالي فإن المثال SOA قائم الزاوية في O

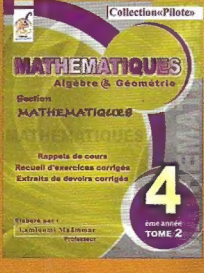
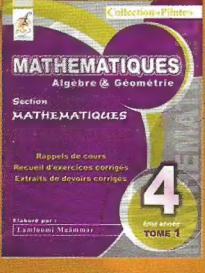
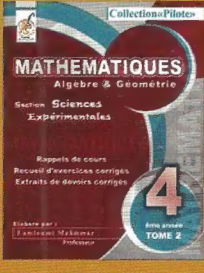
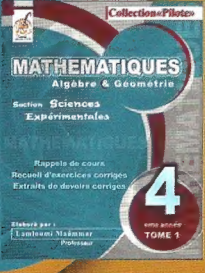
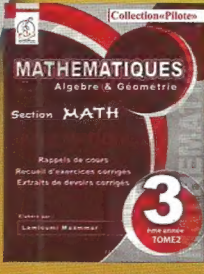
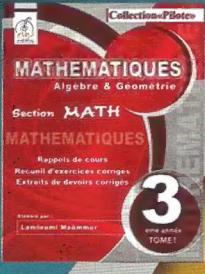
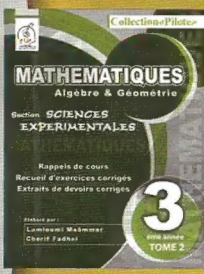
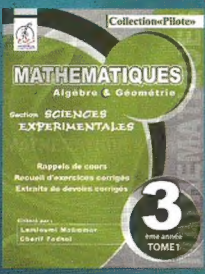
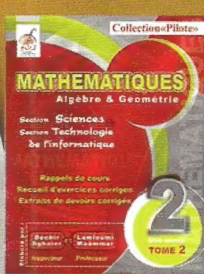
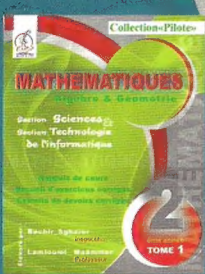
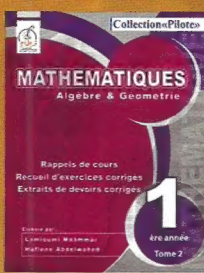
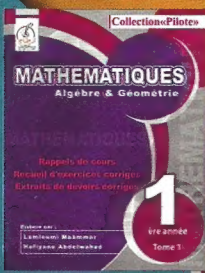
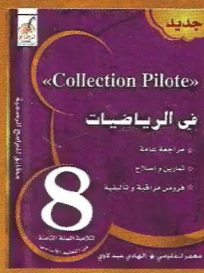
(ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث SOA (قائم الزاوية في A) نحصل على $SA^2 = SO^2 + OA^2$ إذن

$$\left(OA = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \right) \quad SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{6^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)^2} = \sqrt{36 + \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{81}{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

(2) في المثلث SAB لدينا 1 متصف [SA] و 1 متصف [SB] إذن $(AB) \parallel (P)$ وبما أن $(AB) \subset (ABC)$

فإن $(I) \parallel (ABC)$

$$U = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2} \text{ (ج)}$$



نهج حقوز عمارة أنيس 3000 صفافس
الهاتف 74 227 967 74 222 117
فاكس 74 200 855
الجوال 97 677 469 98 418 721
Site web: www.carthage-edition.in
Email: contact@carthage-edition.in



طبعة النسب العربي
Imprimerie Reliure d'Art
Tél: +216 74 432 030 - Fax: +216 74 432 248



ISBN: 978-9973-56-105-3

Dépot légal: troisième trimestre 2010

6^D.000

الثلث